Université de Bordj Bou Arréridj
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département des Sciences de la Matière

Mécanique Des Fluides

Manuel de Cours

Dr. DAOUDI Salim

2015/2016

<u>CHAPITRE I</u> : Propriétés des fluides

Introduction

La mécanique des fluides **(MDF)** est une branche de la physique, c'est une science de la mécanique appliquée qui concerne le comportement des fluides (liquides et gaz) au repos et en mouvement. Les fluides sont des substances susceptibles de s'écouler, ils n'ont pas de forme propre... Les liquides sont pratiquement incompressibles tandis que les gaz sont compressibles. Les liquides occupent des volumes bien définis et représentent des surfaces libres tandis que les gaz se dilatent.

1.- Le Système d'Unités SI

En mécanique des fluides, le système d'unités SI ('' ***Système International*** '') comporte 3 unités primaires à partir desquelles toutes les autres quantités peuvent être décrites :

Grandeur de Base	**Nom de L'Unité**	**Symbole**	**Dimension**
Longueur	*Mètre*	*m*	*L*
Masse	*Kilogramme*	*kg*	*M*
Temps	*Seconde*	*s*	*T*

On résume les unités **SI** des différentes caractéristiques utilisées en mécanique des fluides :

Caractéristique	**Unité SI**	**Dimension**
Vitesse	m/s , $m.s^{-1}$	LT^{-1}
Accélération	m/s^2 , $m.s^{-2}$	LT^{-2}
Force	$Kg.m/s^2$, N (Newton) , $kg.m.s^{-2}$	MLT^{-2}
Energie	$Kg.m^2./s^2$, N.m , J (Joule) , $kg.m^2.s^{-2}$	ML^2T^{-2}
Puissance	$Kg.m^2/s^3$, N.m/s , W (Watt) , $kg.m^2.s^{-3}$	ML^2T^{-3}
Pression	$Kg/m/s^2$, N/m^2 , Pa (Pascal) , $kg.m^{-1}.s^{-2}$	$ML^{-1}T^{-2}$
Masse Volumique	Kg/m^3 , $kg.m^{-3}$	ML^{-3}
Poids Volumique	$Kg/m^2/s^2$, N/m^3 , $kg.m^{-2}.s^{-2}$	$ML^{-2}T^{-2}$
Viscosité	Kg/m/s , $N.s/m^2$, $kg.m^{-1}.s^{-1}$	$ML^{-1}T^{-1}$

2.- Propriétés des fluides

1) La masse volumique (ρ) est définie comme la masse par unité de volume, elle s'exprime par la formule suivante :

$$\rho = m/V \; ; \; [kg/m^3]$$

où : ρ : Masse volumique en (kg/m^3), m : masse en (kg), V : volume en (m^3).

La masse volumique de l'eau ρ_{eau} à 4°Cet 1atm(101325 Pa) est d'environ 1000 kg/m^3, alors celle de l'air dans les conditions standard est de 1,2 kg/m^3

Le volume massique est donné par : (epsilon) $\upsilon=1/\rho$; [m^3/ kg]

La de la masse volumique lors d'un changement de température est donnée par :

$$\rho= \rho_i/(1+\beta_T(T-T_i))$$

β_t : le coefficient de dilatation thermique.

2) La densité d'une substance est égale à la masse volumique de la substance divisée par la masse volumique du corps de référence à la même température. Pour les liquides et les solides, l'eau est utilisée comme référence, pour les gaz, la mesure s'effectue par rapport à l'air. Elle est notée **(d)** et n'a pas d'unité (grandeur physique sans dimension).

$$d= \rho_{subs}/\rho_{ref}$$

3) Le poids volumique : est le poids par unité de volume d'une substance. Il existe la même relation entre le poids spécifique et la masse volumique, qu'entre le poids et la masse. Donc on a :

$$\text{(gamma) } \gamma=m.g/v= \rho.g; \quad [N/m^3]$$

Où ; γ est le poids spécifique (N/m^3), ρ est la masse volumique (kg/m^3) et **g** est l'accélération de la gravité (m/s^2)

4) La dilatation thermique : est la variation relative du volume correspondant à une augmentation de la T° de 1°C. Elle est caractérisée par le coefficient de dilatation (β_T) :

$$\beta_T=(\Delta v/v)(1/\Delta T)$$

5) La compressibilité volumique (β_v) : La propriété physique qui permet de faire la différence entre un liquide et un gaz est la compressibilité, elle est la variation relative du volume correspondant à une augmentation de la pression. Elle est définie par le coefficient de compressibilité **(β_v)** :

$$\beta_v=-(\Delta v/v)(1/\Delta P) \ ; \ [Pa^{-1}]$$

Le signe (-) est lié à ce qu'un accroissement de pression (P) correspond à une diminution de volume.

Le module d'élasticité est défini comme l'inverse du coefficient de compressibilité, donc :

$$E=1/\beta_v \ ; \ [Pa]$$

Remarque : l'équation d'un gaz parfait peut-être déduire de la théorie cinétique et s'écrit :

$$\mathbf{PV=mrT}, \text{ on remplace } \boldsymbol{\rho= m/V} \text{ donc } \mathbf{P= \rho rT}$$

où **P**= la pression (N /m^2), **V** : le volume du système (m^3), **m** : la masse du system (kg), **r** : la consente du gaz parfait (pour l'air r=287$Jkg^{-1}k^{-1}$) et **T** : la température (k)

6) La viscosité : c'est une grandeur qui caractérise les frottements internes des fluides, elle est due à l'interaction entre les molécules des fluides. Elle caractérise la résistance d'un fluide à son écoulement. Les fluides de faible viscosité s'écoulant facilement. La viscosité est déterminée par la capacité d'entrainement que possède une couche en mouvement sur les autres couches adjacentes.

La viscosité est la propriété pour un corps soumis à une déformation de cisaillement d'opposer une résistance à la vitesse de glissement des couches les unes sur les autres.

On définit souvent la viscosité dynamique **μ** à l'aide de l'expérience suivante : On maintient la surface inférieure immobile et pour animer la surface supérieure avec une vitesse v_t

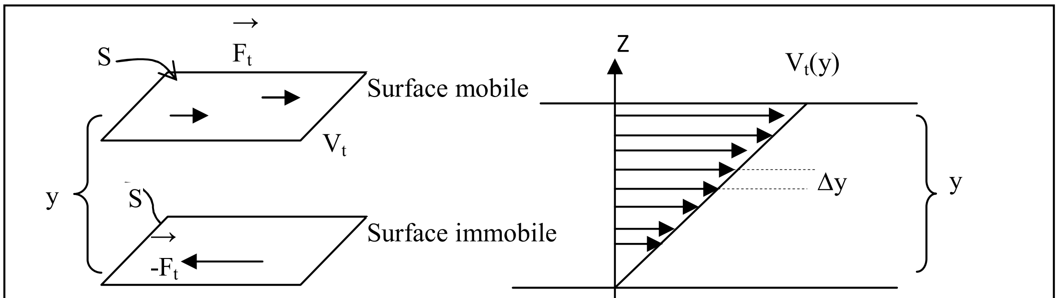


Fig.1 : Mouvements relatifs des couches fig.2 : Répartition des vitesses

Si la distance (y) et la vitesse (v) ne sort pas trop grandes, la courbe représentative de la variation de la vitesse vu être une droite (fig.2)

$$\mathbf{F= \mu.S.dv/dy}$$

F : force de glissent entre les couches (N)

μ : viscosité dynamique (Pa.s) ou (Ns/m^2) (dans SI l'unité de **μ** est le (Pa.s))

S : surface de contacte entre deux couches (m^2)

dv : ecart de vitesse entre deux couches (m/s)

dy : distance deux couches (m)

Remarque pour y=0 on a v=0

La relation de contriste tangentielle est donnée par :

$$\mathbf{(tau)\ \tau=F/S= \mu.dv/dy\ ;\ [N/m^2]}$$

On défini un 2^{em} coefficient de viscosité. C'est la viscosité cinématique par :

$$\mathbf{(nu)\nu= \mu/\rho\ ;\ [m^2/s]}$$

On utilisée souvent le stokes (st) comme unité de mesure de **ν :** $1St=10^{-4}m^2/s$

Le pascal second est la viscosité dynamique d'un fluide qui exige un effort de 1N pou déplacer a la vitesse de 1m/s de deux feuillet de1m² de distance de 1m

Donc les fluides peuvent se classer selon leur viscosité en :

***fluides newtoniens** : qui ont une viscosité constante comme l'eau, l'air, et la pluparts des fluides

***fluides non newtoniens** comme le sang, les boues les pates.. Qu'ont d'avoir leur viscosité varie en fonction de la vitesse

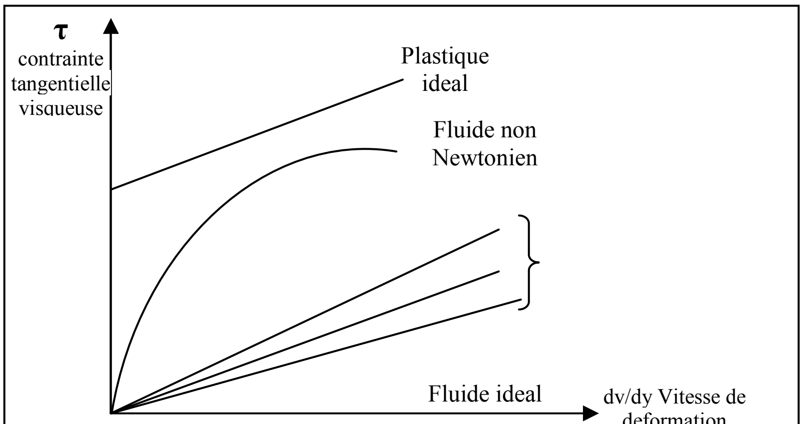


Fig.3: fluide Newtonien et non newtonien
Contrainte /deformation dans un fluide

7) La tension de surface : c'est une propriété des fluides, qui sont attirés ou repoussés lorsqu'ils sont en contact avec un solide, un liquide ou un gaz. Cette propriété explique :

- La forme d'une goutte d'eau (forme sphérique)
- La formation des gouttes de pluie.
- La sustentation d'insectes à la surface de l'eau (Certains insectes sont capables de se déplacer sur l'eau.)
- La surface libre de l'eau forme un ménisque près des bords d'un tube.

Ces phénomènes observés sont dûs à l'existence de forces existant à la surface libre du liquide, on l'appelle **Tension de surface**. Le coefficient **γ** s'appelle tension superficielle et se mesure en N/m

Tab.1 Tension de surface de quelque liquides

Eau à 20°C	73.10^{-3} Pa.m	Mercure	480.10^{-3}Pa.m
Eau à 0°C	$75,6.10^{-3}$ Pa.m	Ethanol	22.10^{-3}Pa.m
Huile vigital	32.10^{-3} Pa.m	Glycérol	63.10^{-3}Pa.m

8) L'angle de contact (la mouillabilité) : Lorsqu'une goutte de liquide est déposée sur une surface solide plane, l'angle entre la tangente à la goutte au point de contact et la surface solide est appelé **angle de contact (θ).** Ainsi, Dans un tube de verre étroit, l'interface air/liquide est bombée vers le bas et la surface forme un ménisque concave ; de plus, l'eau s'élève le long des parois.

L'angle θ dépend à la fois du liquide, du solide et du gaz qui environne les deux.

Trois paramètres sont donc à prendre en compte :

- La tension superficielle γ_{sl} entre le solide et le liquide.
- La tension superficielle γ_{lv} entre le liquide et sa phase vapeur.
- La tension superficielle γ_{sv} entre le solide et la vapeur.

Une goutte de liquide déposée sur une plaque solide plane et horizontale peut :

- Soit s'étaler, on dit que le liquide mouille parfaitement le solide.
- Soit former une lentille, avec deux cas de figure :
  - → $\theta < 90°$ le liquide mouille imparfaitement le solide
  - → $\theta > 90°$: le liquide ne mouille pas le solide

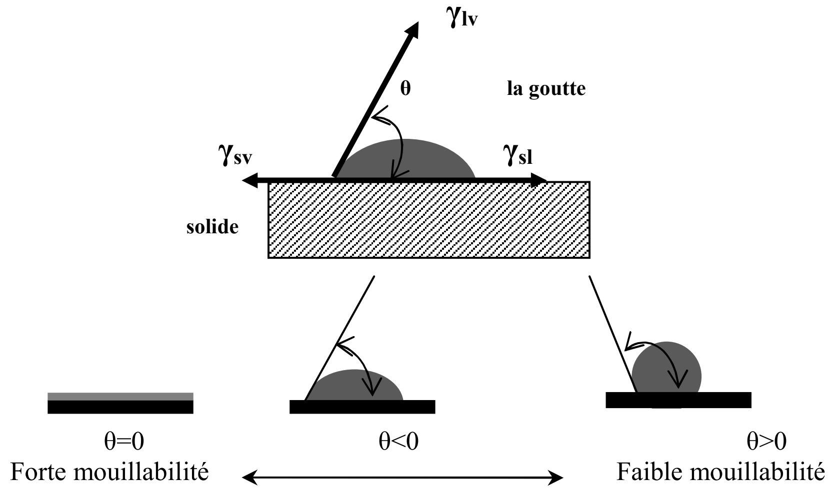


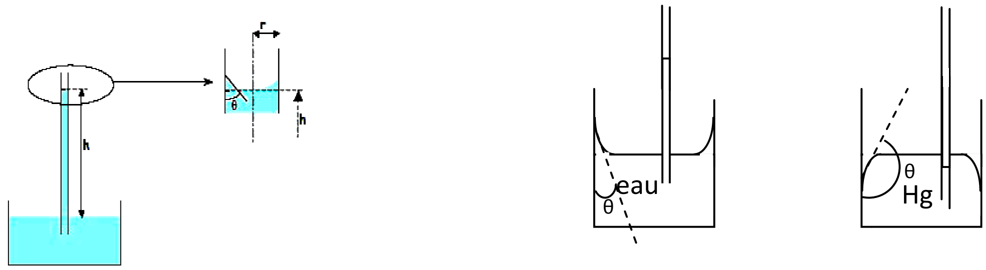
Fig.4 : les formes de la goutte et degrés de mouillabilité

Le même angle de raccordement se trouve à la surface libre d'un liquide prés des bords de récipient et provoque la formation d'un ménisque dans les tubes (exemples de l'eau et du mercure)

Fig.5

9) La capillarité : lorsqu'on plonge un tube capillaire (un tube de petit rayon (***r***) –du latin capillus : cheveu) ouvert aux deux extrémités, dans un liquide, celui-ci **monte** si $\theta<90°$ ou **descend** si $\theta>90°$ dans le tube d'une hauteur **h** telle que :

$$h = \frac{2\gamma cos\theta}{r\rho g} \quad \text{loi de Jurin}$$



Ascension capillaire Dépression capillaire

Fig.6

Exercises

EX 01 :

A. Déterminer le poids volumique de l'essence sachant que sa densité d=0,7.

B. Un volume V= 6 m^3 d'huile pèse P=47 kN. Calculer la masse volumique de l'huile.

C. Calculer le poids P_0 d'un volume V=3 litres d'huile d'olive ayant une densité d=0,918.

D. Si 6 m^3 d'huile de pétrole pèsent 5080 kg. Calculer le poids et la masse spécifique d'huile ainsi sa densité.

E. Calculer la densité de l'air lorsque la pression absolue et la température sont respectivement de 140 kPa et 50 °C et R = 287 $J.kg^{-1}.K^{-1}$

On donne :

- l'accélération de la pesanteur g=9,81 m/s^2
- la masse volumique de l'eau ρ =1000 kg/m^3.

EX 02 :

A. Un liquide dans l'état1 de pression P1=34,5 bars et de volume V1=28,32 dm^3, et dans l'état 2 à P2=241,3 bars et V2= 28,05 dm^3. Calculer le module de compressibilité de ce liquide.

B. Quelle pression P doit-on appliquer à l'eau pour réduire son volume de 1,25 % (β_v = 0,45.10^{-9} Pa^{-1}).

C. Un volume de liquide à 15 atm est de 1.232 litre. A une pression de 30 atm, le volume est de 1.231 litre. Trouver le module d'élasticité ?quel est alors le coefficient de compressibilité ?

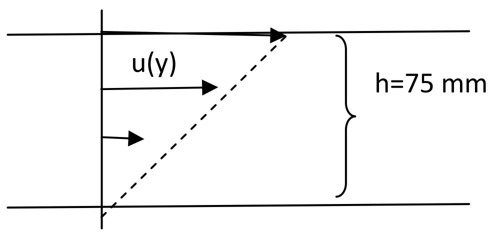
EX 03 :

a- Déterminer la viscosité dynamique de l'huile d'olive sachant que sa densité est 0,918 et sa viscosité cinématique est 1,089 Stockes.

b- Du fuel porté à une température T=20°C a une viscosité dynamique$\mu = 95.10^{-3}$ $Pa.s$. Calculer sa viscosité cinématique υ en stockes sachant que sa densité est d=0,95.

c- Un fluide newtonien (μ = 0,048 Pa.s) s'écoule le long d'une paroi. A h= 75 mm de la paroi, la particule fluide a une vitesse égale à 1,125 m/s. Calculer l'intensité de la contrainte de cisaillement, au niveau de la paroi, si on suppose que pour des profils de vitesse est de la forme : u(y) =Ay+B

V1(h)=1.125m/s

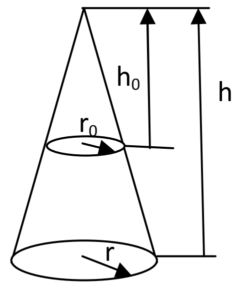


d- Si l'épaisseur de l'écoulement est h=30 cm, la viscosite dynamique μ=3.5 10^{-2} N.s/m^2 et le profile de vitesse est donné par u(y)= $3y^3+2y^2$. Calculer la valeur de la tension de cisaillement à la paroi et à 30 cm de celle-ci ?

e- Soit un écoulement plan d'un liquide de viscosité cinématique $\nu=5.10^{-4}$ m^2/s et de $\rho=10^3$kg/m^3 sur une plaque plane et u(y)=0.5y^3. Déterminer la valeur de tension de cisaillement à la paroi et à 7cm de la paroi ?

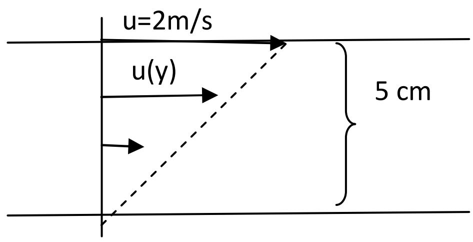
EX 04 :

Trouver la hauteur de la surface libre si 0,02 m^3 d'eau sont remplies dans un réservoir de forme conique (figure ci-contre) de hauteur h = 0,5 m et de rayon à la base de r = 0,25 m. Combien de quantité d'eau supplémentaire est nécessaire pour remplir entièrement le réservoir ? Si ce réservoir contient 30,5 kg d'huile, quelle est la masse volumique de cette huile ?



EX 05 :

Un écoulement d'un liquide de viscosité dynamique $\mu=2.10^{-2}$Pa.s, sur une plaque plane fixe, est caractérisée par le profil donné par le schéma



Déterminer la valeur de la contrainte de cisaillement :

- à la plaque. - à 2cm de la plaque. - à 5 cm de la plaque.

EX 06 :

1- Calculer la descente capillaire (dépression) du mercure Hg à 20°C dans un tube de 1.5 mm de diamètre. On donne la tension superficielle de Hg est de 0.515 *N/m* et ρ =13570 *kg /m*^{3}.

2- Trouver la hauteur à lauelle s'élève l'eau dans un tube de diamètre de 3 mm, sachant que γ=0.074 *N/m* et θ=0°

CHAPITRE II* : *Statique des fluides(Hydrostatique)

Introduction

Dans ce chapitre, on étudie l'hydrostatique (la statique des fluides) qui s'occupe les conditions d'équilibre des fluides au repos et l'interaction des fluides avec les surfaces et les corps solides immergés, on notera que les forces de frottement qui sont dues essentiellement à la viscosité ne se manifestent pas (pas d'écoulement) et l'étude reste valable pour les fluides réel.

LA PRESSION

1- Définition

La pression est définie comme une force dirigée vers l'extérieur qui s'exerce perpendiculairement à la surface de la paroi. Donc la pression est le rapport de la force par unité de surface

$$\mathbf{P=F/S\ ;\ [\mathit{Pa}]}$$

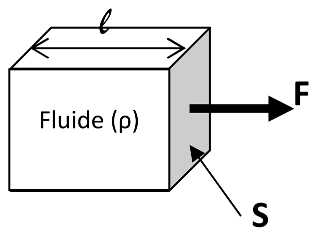


Fig.1

Rq : P=(F/S) ; N/m^2 =(F. ℓ/S. ℓ)=W/V c.-à-d. travail/volume donc J/m^3

Pour le SI 1 Pa=1 N/m^2 =1 J/m^3 = 1 $kg/m.s^2$

2- Pression en point d'un fluide

La pression est une grandeur scalaire. C'est l'intensité de la composante normale de la force qu'exerce le fluide sur l'unité de surface. Elle est définie en un point A d'un fluide par l'expression suivante :

$$P_A = \|\overrightarrow{dF_N}\|/dS$$

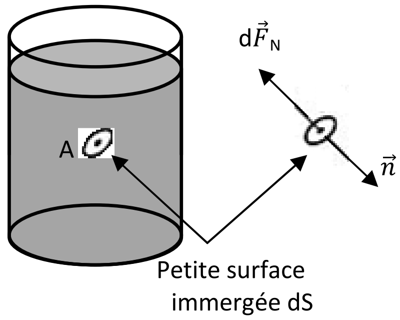


Fig.2 : Forces pressantes s'exercent sur l'élément de surface immergée

où :

dS : Surface élémentaire de la facette de centre A en m^2,

$\vec{n}$: Vecteur unitaire en A de la normale extérieure à la surface,

$\overrightarrow{dF_N}$: Composante normale de la force élémentaire de pression qui s'exerce sur la surface en N,

P_A : pression en A en Pa,

Sur la surface de centre A, d'aire dS, orientée par sa normale extérieure $\vec{n}$, la force de pression élémentaire $d\vec{F}$ s'exprime par :

$$d\vec{F} = -P_A.dS.\vec{n}$$

Dans un fluide en équilibre la pression est indépendante de la direction, pour monter cela, on prend un élément du liquide à une profondeur quelconque d'un réservoir plein de liquide ouvert à l'atmosphère

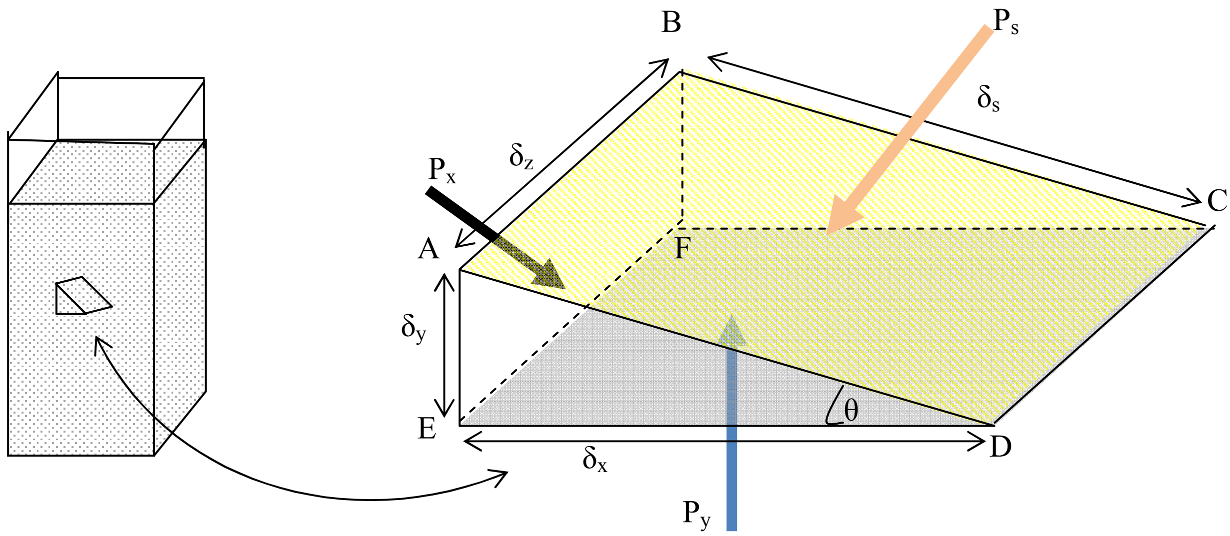


Fig.3 : Pression en un point d'un liquide en équilibre

Considérons un élément d'un liquide ABCDEF (prisme triangulaire) et soient P_x , P_y et P_s les pressions dans les 3directions x , y et s .

En équilibre statique, la somme des forces est égale zéro :

- Selon la direction x :

  La force due à P_x : $F_{xx}=P_x.(ABFE)= P_x.\ \delta_y\ \delta_z$

  La force due à P_y : $F_{yx}=0$

  La force due à P_s : $F_{sx}= - P_s.(ABCD)\sin\theta= - P_s.\ \delta_s\ \delta_z.\ \delta_y/\ \delta_s$; $\sin\theta= \delta_y/\ \delta_s$

  Donc $F_{sx}= - P_s.\ \delta_z.\ \delta_y$

  Puisque le fluide en repos, on a : $F_{xx}+ F_{yx}+ F_{sx}=0$

  D'où : $P_x.\ \delta_y\ \delta_z - P_s.\ \delta_z.\ \delta_y=0 \Longrightarrow \boldsymbol{P_x= P_s}$

- Selon la direction *y* :

  La force due à P_y : $F_{yy}=P_y.(DCFE)= P_y.\ \delta_x\ \delta_z$

  La force due à P_x : $F_{xy}=0$

  La force due à P_s : $F_{sy}= - P_s.(ABCD)\cos\theta= - P_s.\ \delta_s\ \delta_z.\ \delta_x/\ \delta_s$; $\cos\theta= \delta_x/\ \delta_s$

  Donc $F_{sx}= - P_s.\ \delta_z.\ \delta_x$

  Puisque le fluide en repos, on a : $F_{yy}+ F_{xy}+ F_{sy}=0$

  D'où : $P_y.\ \delta_x\ \delta_z - P_s.\ \delta_z.\ \delta_x=0 \Longrightarrow \boldsymbol{P_y= P_s}$

Finalement $\boldsymbol{P_x=P_y= P_s}$

On conclure que ***La pression d'un fluide en un point est la même dans toutes les directions***

3- Autres unités

- ✓ Le bar : 1 bar=100 000 Pa.
- ✓ L'atmosphère normale (symbole atm) : 1 atm=101 325 Pa.
- ✓ Le pièze est une unité dérivée du système mètre-tonne-seconde (système mts) utilisé dans l'ancienne Union Soviétique entre 1933 et 1955 : 1 pz=1 000 Pa.
- ✓ Le millimètre de mercure (symbole mmHg), encore appelé torr en hommage au physicien italien Evangelista Torricelli : 1 mmHg=1 torr=133,3 Pa.
- ✓ Le pouce (ou inch) de mercure (symbole inHg): 1 inHg≈33,86 hPa.
- ✓ Le millimètre d'eau (mmH2O), ou le centimètre d'eau (cmH2O) : 1 cmH2O=98,0638 Pa.
- ✓ L'atmosphère technique (symbole at), ou ATA : 1 at=98 066,5 Pa.
- ✓ Le psi, de l'anglais pound per square inch (livre par pouce carré) est une unité anglo-saxonne très utilisée notamment en hydraulique, en oléo hydraulique et en hydrostatique : 1 psi=6 894 Pa.
- ✓ Le gramme ou kilogramme par centimètre carré (g/cm², kg/cm² ou encore kgf/cm²), souvent utilisé en physique des particules, par extension, pour désigner une distance parcourue indépendamment du matériau considéré[réf. souhaitée], voire une altitude (le « gramme » ou « kilogramme » auquel il est fait allusion n'est pas l'unité de poids standard, mais le kilogramme-force) :

  1 g/cm²=98,0665 Pa (≈8,33 m d'air≈10 mm d'eau≈0,88 mm de plomb≈0,74 mm de mercure). ou aussi : 1 kg/cm²=0,980665 bar.

4- Equation fondamentale de l'hydrostatique

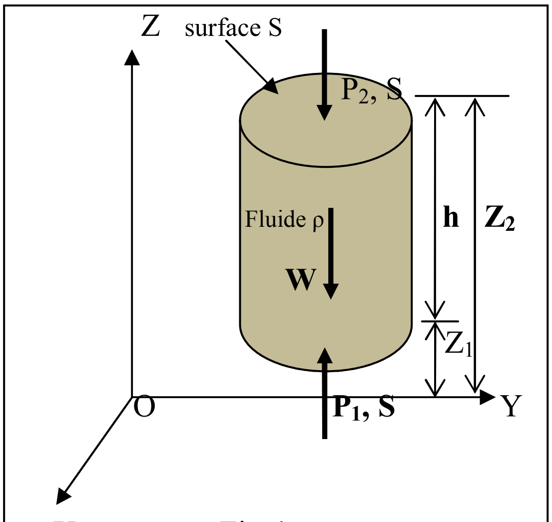


Fig.4

On considère un élément de fluide de masse volumique **ρ** représentant une colonne verticale (parallèle à l'axe (Oz) de section transversale constante S .

Considérons 2 sections situées à des distances Z_1 et Z_2 par rapport à un plan de référence OY.

Soient P_1 et P_2 sont les pressions dans ces 2 sections.

Le fluide étant en équilibre, la somme des forces dans la direction verticale est donc égale à Zéro :

- ✓ Force due à P_1 : $F_1 = P_1 .S$
- ✓ Force due à P_2 : $F_2 = P_2 .S$
- ✓ Force due au poids de la colonne du liquide :
  $W = mg = \rho g V = \rho g S\ (Z_2 - Z_1)$

avec V = Volume de l'élément considéré

Si l'on considère le sens positif vers le haut, la condition d'équilibre s'écrit donc :

$$F_1 - F_2 - W = 0 \Longrightarrow P_1S - P_2S - \rho g S(Z_2 - Z_1) = 0$$

et donc :

$$\boxed{\mathbf{P_1 - P_2 = \rho g(Z_2 - Z_1)}}$$

5- Remarques :

5.1- Loi de la statique des fluides

$$P_1 - P_2 = \rho g(Z_2 - Z_1) \Longrightarrow P_1 + \rho g Z_1 = P_2 + \rho g Z_2 \Longrightarrow \frac{P_1}{\rho g} + Z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + Z_2$$

Donc $$\mathbf{\frac{P}{\rho g} + Z = C^{ste}}$$

5.2- En posant $Z_2 - Z_1 = h$ et $P_2 = P_0$, On aura : $P_1 = P_0 + \rho g h$

et si $P_0 = 0$: $P_1 = \rho g h$

On conclure que : ***La pression augmente donc linéairement en fonction de la profondeur***

5.3- Les pressions sur plan horizontal :

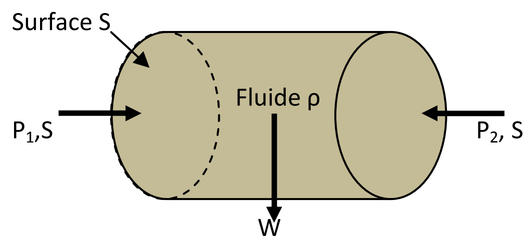


Fig.5

Si l'on considère la direction horizontale (Fig.4), on aura :

La composante du poids W selon l'horizontale est nulle et

$P_1S - P_2S + 0 = 0 \Longrightarrow P_1 = P_2$

On conclure que : ***Sur un même plan horizontal, toutes les pressions sont égales donc Pressions Isobares***

- Les surfaces libres d'un même liquide dans le différents tubes des vases communicants sont dans le même plan horizontal. Les pressions au fond de chaque forme des tubes communicants sont égales.
- La pression dans un fluide homogène ne dépend donc que de la différence de hauteur et de la masse volumique ; elle est indépendante de la taille ou de la forme du recipient:
  - ✓ pour une altitude donnée la pression est la même ;
  - ✓ la surface libre d'un fluide est plane .

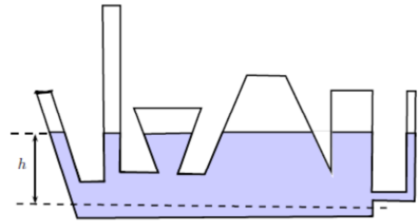


Fig. 6 : la pression d'un fluide est indépendante de la forme du récipient.

- La surface de séparation (l'interface) de deux fluides non miscibles est un plan horizontal.

5.4- Pression absolue et pression effective :

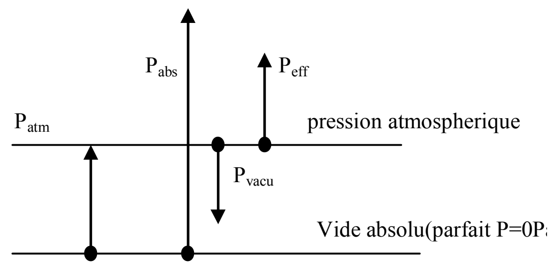
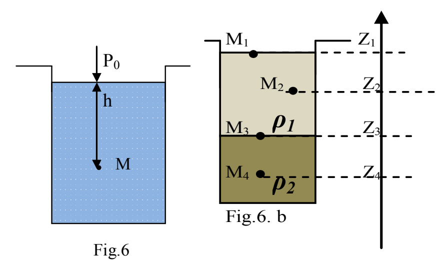


Fig. 7 : les différentes échelles de pression

<u>La pression absolue</u> est la pression mesurée par rapport au vide absolu (c'est-à-dire l'absence totale de matière). Elle est toujours positive.

<u>La pression relative</u> se définit par rapport à la pression atmosphérique existant au moment de la mesure: cette pression peut donc prendre une valeur positive si la pression est supérieure à la pression atmosphérique ou une valeur négative si la pression est inférieure à la pression atmosphérique.



On obtient une pression négative par rapport à la pression atmosphérique lorsqu'on tente de faire le vide dans un vase clos. Cette pression négative est désignée par l'expression "**<u>pression vacuum</u>**".

- **Cas de fluide homogène seul :** à la surface libre du fluide, la pression est généralement représentée par la pression atmosphérique P_{atm} .La pression au point M (fig.6) :

$$\mathbf{P_M=P_0+\rho gh}$$

d'où :

$$\mathbf{P_M=P_{atm}+\rho gh=P_{abs}} \text{ (pression absolue)}$$

et si l'on néglige l'influence de la pression atmosphérique ($P_{atm} = 0$) :

$$\mathbf{P_M= \rho gh=P_{eff}} \text{ (pression effective)}$$

- **Cas de plusieurs fluides non miscibles :** on applique séparément à chacun d'eux la relation fondamentale. L'exemple de la fig.(6.b), nous permet d'ecrire les relations suivantes :

- Le point M_1 situe sur la surface libre du liquide, donc : $P_{M1}=P_{atm}$.
- Les trois points M_1, M_2 et M_3 sont situés dans le même liquide $\boldsymbol{\rho_1}$, donc :

$$P_{M1}+ \rho_1 gZ_1= P_{M2}+ \rho_1 gZ_2= P_{M3}+ \rho_1 gZ_3.$$

- M_3 et M_4 situés dans le liquide ρ_2, on a :

$$P_{M3}+ \rho_2 gZ_3= P_{M4}+ \rho_2 gZ_4$$

5.5- Hauteur ou charge piézométrique :

On a vu que : $\boldsymbol{Z + \frac{P}{\rho g} = C^{ste}}$ ou :

- Z [L] : hauteur de position (cote géométrique)
- $\frac{P}{\rho g}$ [L] : hauteur piézométrique
- $\boldsymbol{Z + \frac{P}{\rho g}}$[L] : hauteur totale

Dans certains cas, la pression absolue est inférieure à la pression atmosphérique :

$$\mathbf{P_M=P_{atm}+\rho gh<P_{atm}}$$

Il se crée une dépression dont la hauteur correspondante, appelée ' Hauteur du Vide ', est égale à :

$$\boldsymbol{h_{vide} = \frac{P_{atm} - P_{abs}}{\rho g}}$$

5.6- La Transmission des pressions (principe de Pascal) :

- Considérons deux points A et B fixes en un fluide incompressible : $P_B-P_A=\rho gh=C^{te}$

Si $P_A \rightarrow P_A+dp$ invariance de $(P_B-P_A) \Longrightarrow P_B \rightarrow P_B+dp$

Donc : ***Toute variation de pression en un point d'un liquide est transmise intégralement en tout autre point de l'espace occupé par ce liquide***. Ce principe est connu sous le nom de principe de Pascal, le scientifique français qui l'a formulé en 1653. Ce phénomène de transmission de pression permet le développement du fonctionnement de la presse hydraulique, le cric, l'ascenseur hydraulique..

- La surpression P=F/S transmise en tout point

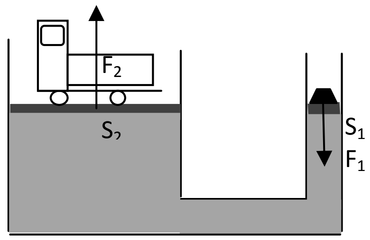


Fig.8 : principe de Pascal (cric ou presse hydraulique)

$P=F_1/S_1=F_2/S_2$, →(Principe de Pascal)

Si on a: $S_1<<<S_2$ donc $F_1<<<F_2$ →(cric ou presse hydraulique)

5.7- Paradoxe hydrostatique :

A surface de fond identique (et même hauteur de liquide), la force de pression exercée par un liquide sur le fond du récipient est **indépendante** de la forme du récipient.

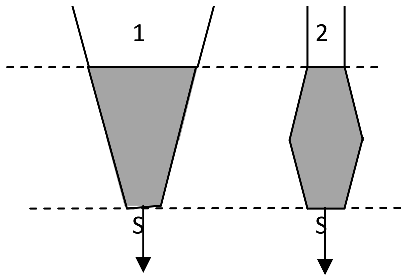


Fig.9 : Paradoxe hydrostatique

POUSSEE D'ARCHIMEDE

Tout corps plongé dans un liquide (ρ) subi une poussée verticale dirigée vers l'haut dont l'intensité est égale au poids de volume déplacé, où le volume déplacé égale le volume immergé.

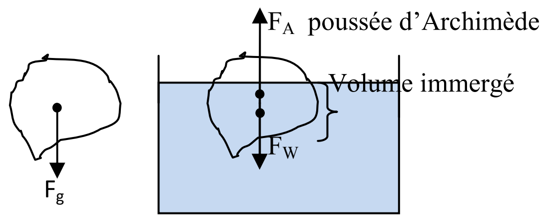


Fig. 10

$$F_A = \rho_{liquide} g V_{imm}$$

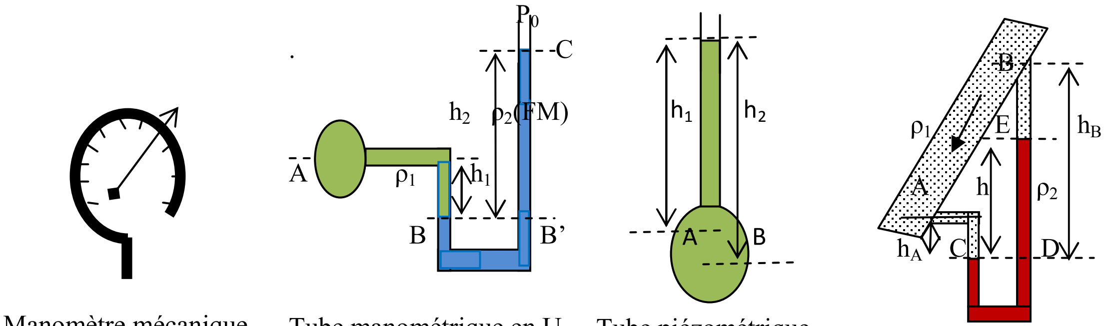
$$F_A = F_g - F_W$$

DISPOSITIFS DE MESURE DE PRESSION

La mesure de la pression se fait par le manomètre pour les pressions relatives (manométriques) positives (pression absolue au dessus de la pression atmosphérique), et par le vacuomètre pour les pressions relatives négatives (pressions vacuométriques). Il y' a entre autre divers types d'instrument de mesures de la pression, dont :

- Les tubes manométriques : utilisés pour la mesure de pressions relativement faibles (en laboratoires)

- Les manomètres mécaniques : utilisés pour la mesure de pressions relativement plus élevées



Manomètre mécanique type bourdon | Tube manométrique en U | Tube piézométrique | Tube de manomètre différentiel

Fig. 11 : Quelques instruments de mesure de pression

1. Le tube manométrique simple ou piézomètre : Le piézomètre est l'instrument de mesure de la pression le plus simple, c'est un tube raccordé au point ou on veut déterminer la pression, celle-ci n'est autre que la hauteur d'eau qui monte dans ce tube. C'est un dispositif utilisé uniquement pour la mesure des pressions des Liquides et non les gaz

$$P_A=\rho g h_1 \quad et \quad P_B=\rho g h_2$$

P_A et P_B sont appelées ‘' ***Pressions Manométriques*** ‘'

h_1 et h_2 sont appelées ‘' ***Hauteurs Manométriques*** ‘'

2. Le tube manométrique en forme de ‘' U ‘' : Il s'agit d'un dispositif utilisé pour la mesure des pressions dans les liquides et les gaz. On a :

$$P_B=P_{B'}$$

$$P_B=P_A+\rho_1 g h_1$$

$$P_{B'}=P_C+\rho_2 g h_2$$

$$P_C=P_0$$

Si le fluide ρ_1 est un gaz , sa densité est négligeable devant celle du liquide manométrique (FM).

3. Le manomètre différentiel :(utilisé en hydrodynamique). C'est un tube raccordé entre deux point où en veut déterminer la différence de pression ou hauteur piézométrique, il peut être à un seul liquide avec valve d'entrer d'air, ou à deux liquides. On a :

$$P_C=P_D$$

$$P_C=P_A+\rho_1 g h_A$$

$$P_D=P_E+\rho_2 g h$$

$$P_E=P_B+\rho_1 g(h_B-h)$$

4. Le baromètre : le baromètre ne sert qu'à mesurer la pression atmosphérique. Le premier baromètre a été inventé par l'italien Evangelista Torricelli en 1644. Il remplit de mercure un tube de verre d'un mètre de long, fermé à une extrémité. Il le retourne et le plonge dans une cuvette remplie de mercure. Il constate alors que le niveau de mercure dans le tube s'abaisse, laissant un espace de vide au dessus de lui. Il vient de découvrir la pression atmosphérique.

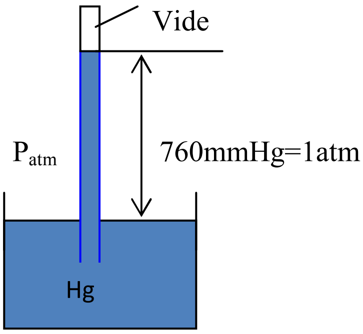


Fig. 12 :Baromètre

La P_{atm} est obtenue en mesurant la hauteur h de Hg :

$$\mathbf{P_{atm}=\rho_{Hg}gh}$$

Au niveau de la mer : P_{atm}=1 atm=1,0133.10^5Pa, soit 762mm de Hg.

Exercices

EX 01 :

a- Calculer la descente capillaire (dépression) du Hg à 20° dans un tube capillaire de 1.5 mm de diamètre.

b- Trouver la hauteur à laquelle s'élève l'eau dans un tube capillaire de 3.0 mm de diamètre à 20°, 40°, 60° et 80°.

c- Déterminer l'angle de raccordement (contact) de l'alcool monte de 6 mm dans un tube capillaire de 2 mm de diamètre ?

d- Calculer la hauteur et montrer l'état de la capillarité (montée ou descente) de l'eau et de mercure dans un tube de diamètre : 2, 5, 10, 15, 20, 25 mm. Donner une conclusion ?

On donne l'angle de contact de l'eau $\theta=0°$ et de Hg $\theta=130°$.

EX 02 :

a- Trouver les pressions absolues et effectives aux points 1 et 2 dans un réservoir (fig.1) ouvert qui est rempli de l'eau, sachant que $h_1=3m$, $z_1=4m$, $h_2=1m$, $z_2=6m$.

b- Calculer les pressions absolue et effective au point A situé au centre de la conduite (fig.2), sachant que la hauteur piézométrique h=1.5m ouvert et que la densité spécifique du liquide est 0.8.

c- Déterminer les pressions absolue et effective sur le fond d'un récipient ouvert et rempli de deux liquides ; une couche inferieur de l'eau d'épaisseur 0.6m et une couche supérieur de pétrole lampant de $\rho=760$ kg.m^{-3} et de h=0.8m (fig.3)

d- Quelle est la densité du fluide X si la pression au fond du réservoir est 424 kPa (fig.4).

e- Quelle est l'angle d'inclinaison du tube, si le tube et le réservoir sont ouverts (fig.5) ?

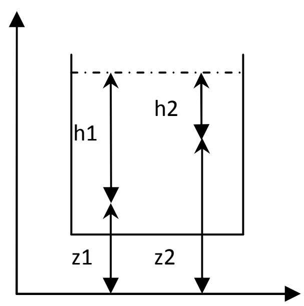


Fig.1

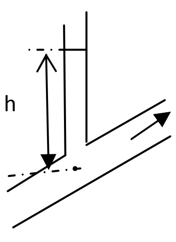


Fig.2

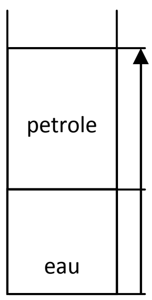


Fig.3

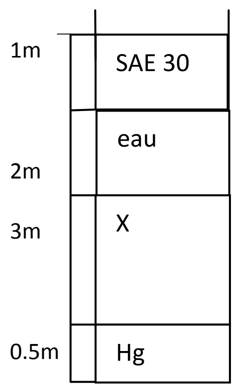


Fig.4

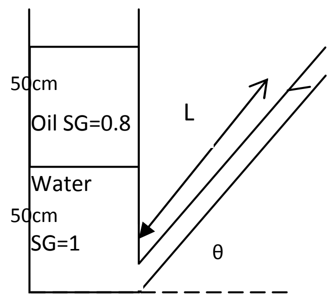


Fig.5

EX 03 :

La fig.6 représente un cric hydraulique formé de deux pistons (1) et (2) de section circulaire. Sous l'effet d'une action sur le levier, le piston (1) agit, au point (A), par une force de pression $F_{p1/h}$=100N, sur l'huile agit, au point (B) sur le piston (2) par une force $F_{h/p2}$, les diamètres de chacun des pistons : D1 = 10 mm; D2 = 100 mm.

1) Déterminer la pression P_A de l'huile au point A et quelle est la pression P_B ?
2) En déduire l'intensité de la force de pression $F_{h/p2}$.

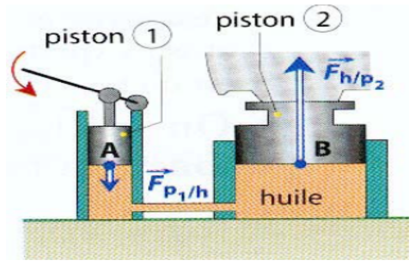


Fig.6

EX 04

Quelle masse du cylindre A assurera l'équilibre du système hydraulique représenté sur la fig.7, on donne S_A=40cm^2 , S_B=4000cm^2 et la masse B=4000kg. Le récipient et les conduites sont remplis d'huile de densité 0.750 et h=5m

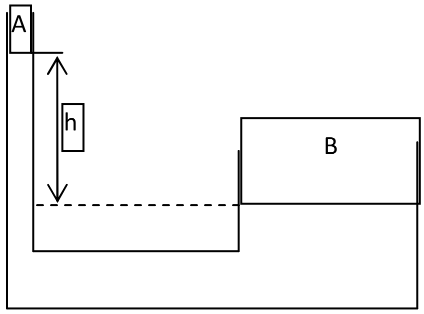


Fig.7

EX 05 :

L'indicateur de pression au point B est pour mesurer la pression au point A dans un écoulement de l'eau. Si la pression en B est de 87 kPa, estimer la pression au point A, en kPa. Supposer que tous les fluides sont à 20°C. Voir La Fig. 6.

EX 06:

En Fig. 7, l'indicateur de pression A lit 1,5 kPa (mesure). Les fluides dans la température 20°C. Déterminer les altitudes z, en mètre, des niveaux des liquides dans les tubes piézométriques ouverts B et C.

EX 07 :

En Fig. 8, Le fluide 1 est l'huile (de d= 0,87) et le fluide 2 est la glycérine sont à 20°C. Si Pa=98 kPa, déterminer la pression absolue au point A.

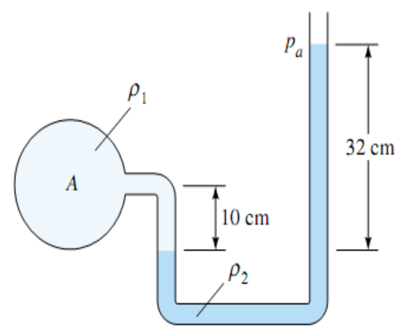


Fig. 8

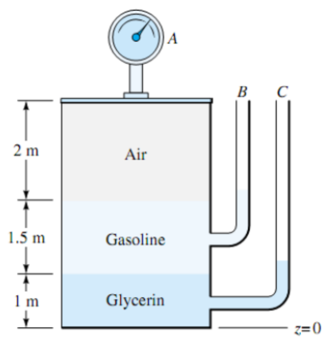


Fig.7

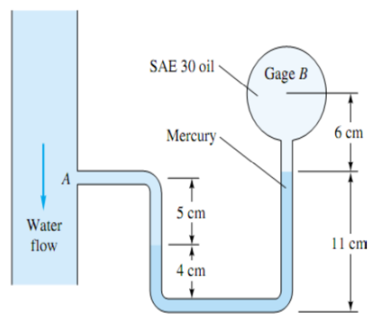
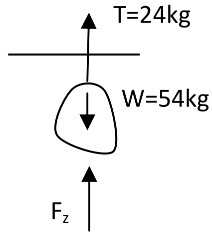


Fig.6

EX 08 :

Une pierre pèse 54kg à l'air et 24 kg quand elle est immergée dans l'eau. Calculer le volume de la pierre et sa densité ?



EX 09 :

Déterminer la masse volumique et la masse d'une barre aux dimensions suivantes : b=15cm, h=8cm, l=42cm si son tirant de l'eau (Le tirant est la hauteur de la partie immergée) y=6cm

EX 10 :

On pèse dans l'eau un objet de 25cm d'épaisseur, 30cm de largeur et 50cm de long à une profondeur de 62cm et on trouve 60N. Quel est son poids dans l'air et sa densité ?

EX 11 :

Un morceau de bois flotte dans l'eau en dépassant de 7cmde la surface. Placé dans la glycérine de densité 1.38 il dépasse de 10cm. Calculer da densité du bois ?

EX 12 : ***principe de baromètre (Torricelli)***

Quelle est la hauteur d'une colonne d'eau si la pression atmosphérique est de P_{atm} = 1,000 atm = $1{,}013.10^5$ Pa ?

Tout sapeur-pompier qui se respecte vous dira qu'il est impossible d'effectuer un pompage d'eau par aspiration sur une dénivellation supérieure à 10 mètres.

Expliquez pourquoi cette affirmation est correcte.

CHAPITRE III : Les forces de pression sur les surfaces de la paroi

1- Définition

La représentation graphique de la variation de la variation de la pression le long d'une paroi plane en fonction de la profondeur d'immersion s'appelle ***diagramme de répartition de pression*** ou ***épure de pression.*** C'épure de pression se présente sous la forme d'un triangle. Ce diagramme caractérisé par :

1. **Force de poussée hydrostatique ($\vec{F}$)**:Les forces élémentaires dF, exercées sur la paroi, sont toutes parallèles et admettent donc une résultante $\vec{F}$ normale à la paroi.
2. **Centre de poussée (D)** : C'est le point d'application de la résultante de la force de poussée $\vec{F}$sur la surface de contact (S=h.b).
3. **Le barycentre (C)** : C'est le centre de gravité de la surface immergée de la paroi.

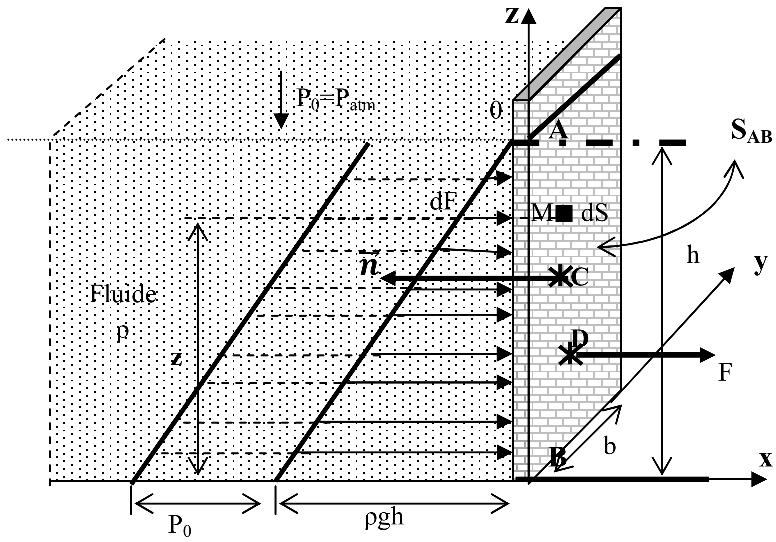


Fig.1 : Diagramme de répartition de pression

2- Cas de surface plane verticale

Soit une surface plane verticale AB immergée dans un liquide de masse volumique (ρ). Cette surface est soumise à une force F exercée par le fluide sur la paroi (fig. 9). On sait que $\overrightarrow{dF} = -P\vec{n}dS$ est la force de pression élémentaire s'exerçant sur la surface élémentaire dS.

Intensité de la force : Pour connaître la force totale s'exerçant sur une surface S, il suffit d'intégrer $\overrightarrow{dF}$ sur cette surface S_{AB} :

$$\vec{F} = \int_S -P\vec{n}dS$$

La pression atmosphérique s'applique de part et d'autre de la paroi et n'intervient donc plus sur la résultante. Alors la force de pression en un point (M) quelconque de la surface est :

$$F = \int P_M dS = \int \rho g h_M dS = \iint \rho g h_M dydz$$

où: h_M=h-z , 0<y< b et 0<z<h

donc $F = \int_0^b dy \int_0^h \rho g(h - z)dz = b\rho g(h^2 - \left(\frac{1}{2}\right) h^2)$

$F = \rho g b h^2/2$ et S=bh $\Rightarrow F = \rho g S h/2$ on suppose que h_C=h/2

$F = \rho g h_C S$ et on prend $\rho g h_C = P_C$ donc $F = P_C S$

avec : S : surface mouillée considérée en (m^2) .

h_C: distance verticale entre le barycentre (centre de gravité) et la surface libre en (m).

Centre de poussée (D) : il se détermine par le calcul du moment de la force F par rapport à un point O quelconque, Choisissons le au niveau de la surface libre du fluide, OD est défini par :

$$\overrightarrow{OD} \wedge \vec{F} = \int_S \overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{dF}$$

où: M est le point qui balaye toute la surface S_{AB}

F=ρgh_CS= ρgSh/2= ρgbh^2/2 ; OM=h ; df= ρgbhdh ; OD=h_D

$$h_D.F = \int_0^h h\rho g b\, hdh = \rho g b h^3/3 \Rightarrow h_D = \frac{\rho g b h^3/3}{\rho g b h^2/2} = \frac{2}{3}h$$

Donc le centre de poussée de la résultante F se trouve toujours **plus bas** que le barycentre pour une surface verticale on a : h_D=2h/3 et h_C=h/2

3- Cas de surface plane inclinée :

Soit une paroi AB de surface S plane de forme quelconque immergée dans un liquide (ρ) et inclinée

d'un angle **θ** par rapport à l'horizontale et **C** son barycentre (Fig.10).

La force résultante : Considérons la force élémentaire dF s'exerçant sur une surface élémentaire dS

$dF = PdS$

$\quad = \rho ghdS$

$\quad = \rho gysin\theta dS$

d'où h=ysinθ

$F = \int dF$ sur toute la surface AB,

on obtient :

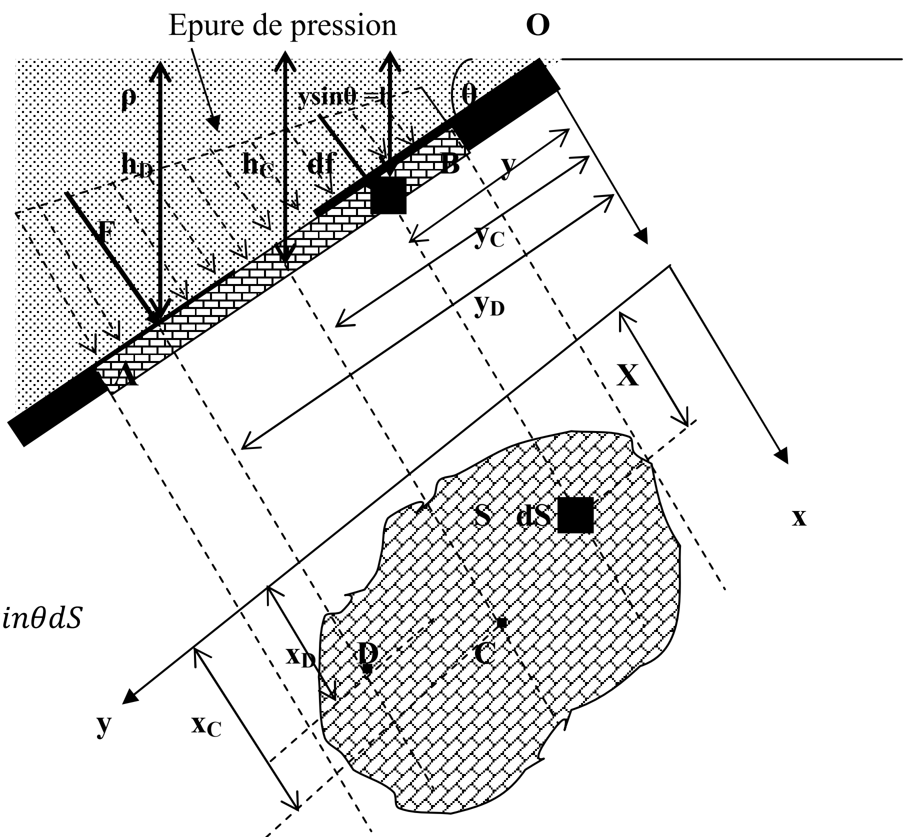


Fig. 2 : Cas surface plane incline

$$F = \int_S PdS = \int_S \rho ghdS = \int_S \rho gysin\theta dS$$

$$F = \rho gsin\theta \int_S ydS$$

Le terme $\int_S ydS$ représente le ‘' **Moment Statique** ‘' de la surface AB par rapport à Ox, qui est défini comme suit :

$$\int_S ydS = y_C S$$

avec y_c : Ordonnée du barycentre de la surface AB.

L'expression de F devient :

$$F = \rho g y_C sin\theta S$$

et on a : $y_C \sin\theta = h_C$: Profondeur du barycentre de la surface AB, d'où l'équation s'écrit :

$$\boldsymbol{F = \rho g h_C S = P_C S}$$

Donc, la force de pression sur une surface plane inclinée est égale au produit de la surface immergée par la pression qui subit son barycentre.

Le centre de poussée (D) : Il est en général commode de choisir un point O appartenant à la surface. Choisissons le au niveau de la surface libre du fluide. Pour déterminer les coordonnés ou la profondeur du point d'application de F, utilisons le principe des moments :

$$M_O F = \sum_S M_i$$

avec : $$\left.\begin{array}{c} M_O F = F y_D \\ \sum_S M_i = \int_S \; y dF \end{array}\right\} \leftrightarrow \rho g y_C sin\theta S y_D = \rho g sin\theta \int_S \; y^2 dS$$

donc : $$y_D = \int_S \; y^2 dS \Big/ y_C S$$

Le terme $\int_S \; y^2 dS$ représente le ‘' **Moment Statique** ‘' de la surface AB par rapport à Ox, qui est défini comme suit :

$$\int_S \; y^2 dS = I_{Ox}$$

où: I_{Ox} est le moment d'inertie de la surface AB par rapport l'axe Ox.

Pour les calculs , on remplace le I_{Ox} par le I_{Cx} (I_{Cx} est le moment d'inertie de la surface AB par rapport à un axe passant par son barycentre C), à cet effet, on utilise la théorème de Huygens dans la mécanique théorique, ce théorème nous permet d'écrire que :

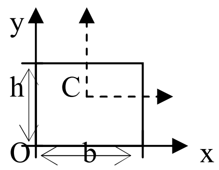
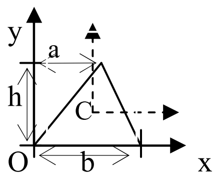
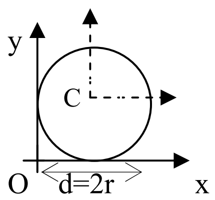
$$I_{Ox} = I_{Cx} + y_C^2 S$$

Dans ce cas, on aura donc :

$$y_D = y_C + \frac{I_{Cx}}{y_C S} \text{ où } y_D \sin\theta = h_D$$

Le tableau suivant résume les moments d'inertie de quelques surfaces particulières :

Tableau. 1

Forme	S, x_C, y_C, I_{ox}, I_{Cx}
	$S=hb$, $x_C=b/2$, $y_C=h/2$, $I_{ox}=bh^3/3$, $I_{cx}=bh^3/12$
	$S=hb/2$, $x_C=(a+b)/3$, $y_C=h/3$, $I_{ox}=bh^3/12$, $I_{cx}=bh^3/36$
	$S=\pi r^2$, $x_C=r$, $y_C=r$, $I_{ox}=5\pi r^4/4$, $I_{cx}=\pi r^4/4$

4- Force hydrostatique sur une surface courbe

Soit une paroi AB de surface S courbée totalement immergée dans un liquide (ρ).

La force résultante : la résultante des forces de pression F peut être décomposée en composantes

F_x : force agissant sur la surface S_z projection de S sur l'axe z (Fig 3).

F_z : force agissant sur la surface S_x projection de S sur l'axe x (Fig 3).

On sait que : $dF = PdS = \rho ghdS$ d'où :

La composante horizontale de la force de pression F_x

sur toute la surface correspond à la force hydrostatique

qui agirait sur la projection de S selon l'axe z, S_z

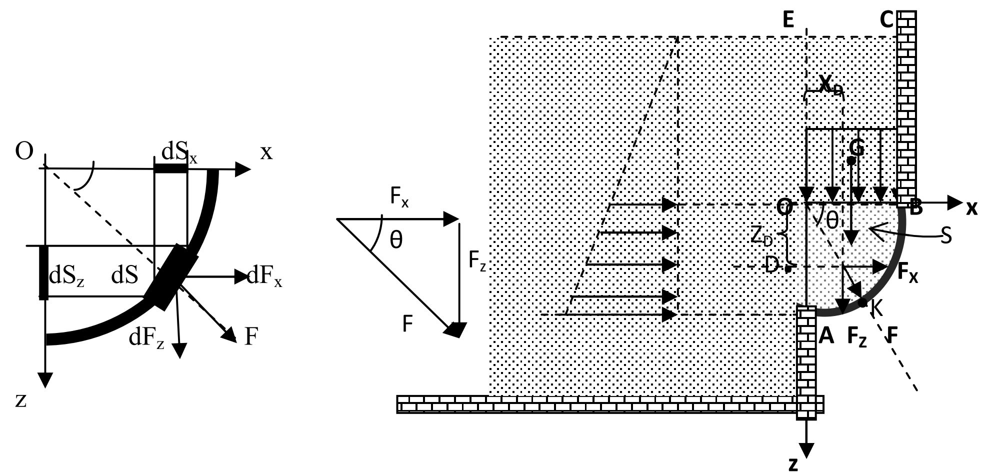


Fig. 3 : cas de surface courbe

:

$$F_x = \int_S dF_x = \rho g \int_{S_z} h dS_z = \rho g h_c S_z$$

$$\boldsymbol{F_H = F_x = \rho g h_C S_Z}$$

avec : S_z : Projection verticale de la surface courbe AB .

Conclusion : Le calcul de la composante horizontale F_H est ramené au calcul d'une force de pression sur une surface plane verticale .

De même

$$F_z = \int_S dF_z = \rho g \int_{Sx} h dS_x = \rho g \int_W dW$$

$$\boldsymbol{F_V = F_z = \rho g W}$$

Avec W : Volume délimité par :

- La surface courbe AB
- La surface libre du fluide (EC)
- Les 2 verticales (BC) et (AOE) menées des 2 extrémités A et B de la surface.

Conclusion : Le calcul de la composante verticale F_V se résume donc au calcul du Poids du fluide représenté par le volume déplacé par la surface AB .

L'intensité de la force F agissant de façon normale à la surface est obtenue par l'expression suivante

$$\boldsymbol{F = \sqrt{F_V^2 + F_H^2}}$$

Le centre de poussée : pour un surface circulaire, spherique ou cylindrique ; la ligne d'actionde la force résultante passe toujours par le centre de courbure (O), et son angle d'inclinaison θ est connu de la formule suivante :

$$\tan\theta = \frac{F_V}{F_H}$$

Les coordonnées du centre de poussée peuvent etre calculées à l'aide des formules :

$$X_D = r\cos\theta$$

$$Z_D = r\sin\theta$$

Avec r : rayon du courbure

Exercises

EX 01 :

Un réservoir ouvert rectangulaire de 2m de large et 4m de long. Ce réservoir contient de l'eau à une profondeur de 2m et d'huile (SG=0.8) au-dessus de l'eau à une profondeur de 1m fig. 1.

1- Tracer l'épure de pression (le diagramme de répartition de pression).
2- Déterminer l'intensité et le lieu de la force résultante agissant sur un fluide d'une extrémité du réservoir.

EX 02 :

a- Calculer la force résultante due à l'action de l'eau sur la surface AB **(1) rectangulaire**, (2) triangulaire et (3) circulaire de 6m de hauteur représentée dans la fig.2. Trouver son centre de poussée.

b- Si la porte AB pivot autour du point A, quelle est la force nécessaire à appliquer au point B pour que la porte reste en position verticale.

c- Quelle est la force appliquée « supportée » au point A.

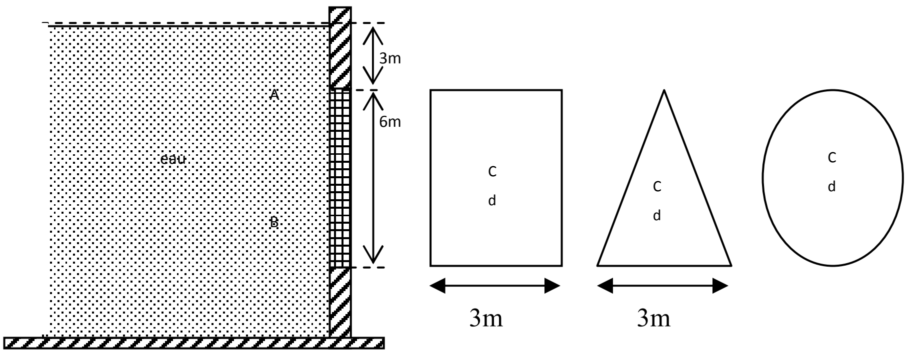


Fig. 2

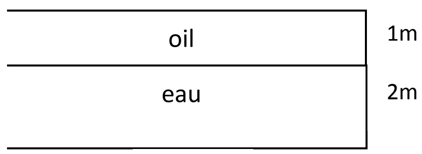


Fig.1

EX 03 :

La porte représentée est articulé à H. La porte est de 2 m de largeur normale au plan de la fig 3. Calculer la force nécessaire au point A pour maintenir la porte fermée et les forces de réactions de l'articulation B.

EX 04 :

Calculer le moment d'inertie et le centre de gravité des géométries suivants :

- ¼ cercle. 2 - ¼ disque. 3 - Rectangle

EX 05 :

Déterminer l'intensité et le position de la force de pression de l'eau sur la vanne fig.4 si h=3m, le rayon de la vanne R=2m et la largeur de la vanne b=6m

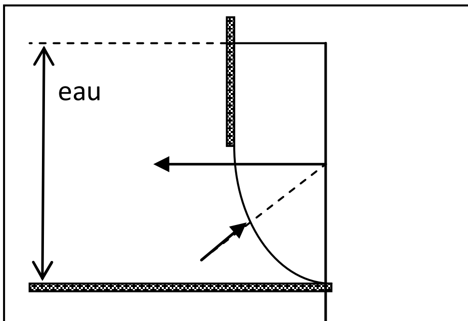


Fig.4

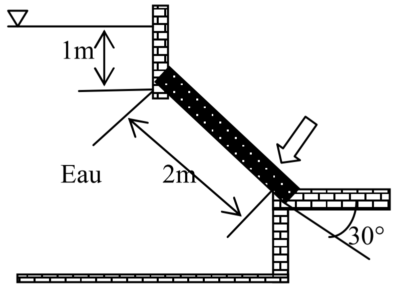


Fig. 3

CHAPITRE IV ***: Dynamique des fluides parfait incompressibles (Hydrodynamique)***

1- Introduction

L'hydrodynamique étudie les problèmes liés aux écoulements des fluides L'aspect dynamique des fluides est régit par les équations du mouvement. On s'intéressera dans ce chapitre aux fluides parfait pour lesquels le frottement est négligé c.à.d. ont une viscosité nulle (fluides non visqueux – parfait-) et une masse volumique « ρ » constante (incompressibles). Les types de forces qui vont agir sont de la sorte :

- Forces des volumes, exemple : la force de pesanteur.
- Forces de surfaces, sont les forces de pression.
- Forces d'inertie comme les forces d'accélération des particules

Il va ressortir de ce chapitre, deux relations particulièrement importantes pour le régleur :

- La relation de continuité (conservation de la masse).
- L'équation de Bernoulli (conservation de l'énergie).

Un écoulement très utilisé dans la pratique est celui pour lequel les grandeurs masse volumique (ρ), pression (P), et vitesse (v) sont indépendantes du temps, on parle alors d'écoulement stationnaire ou permanent (dv/dt=0).

2- *Equation de continuité* :

2.1- Profil de vitesse : Le profil de vitesses donne la norme de la vitesse en fonction de l'éloignement de la paroi, ou à l'intérieur d'un tube de courant (fig.1):

- Pour des **fluides réels**, la vitesse est quasi-nulle sur la paroi et maximale au centre. A cause de frottement de fluide sur les parois et entre les particules

- Pour des fluides parfaits, la vitesse est constante sur toute la section, car la viscosité est négligée.

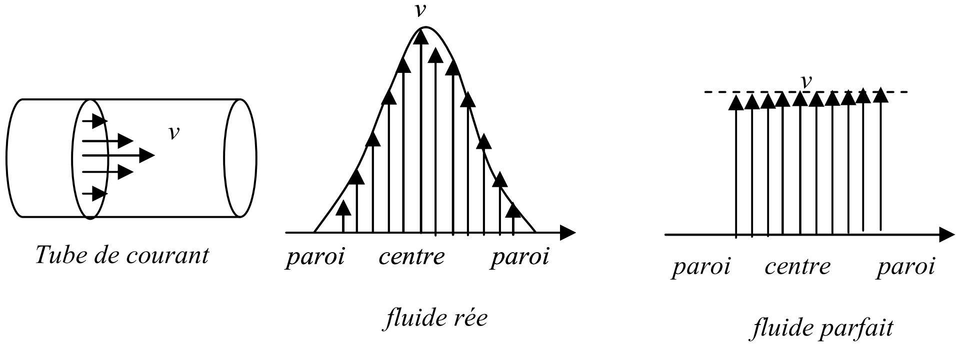


Fig.1 : Profil de vitesse

Dans la plupart des cas, on peut définir une vitesse moyenne sur la section, et considérer que cette vitesse moyenne est celle en tout point de la section. L'écoulement est alors ***unidimensionnel***, c.à.d. qu'il n'y a pas de variation transversale.

2.2- Débits : c'est le volume de fluide traversant une section droite de la conduite pendant l'unité de temps.

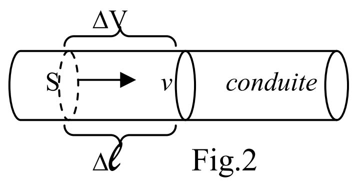


Fig.2

En appelant « dV » et « dm » respectivement le volume élémentaire et la masse élémentaire traversant une section donnée S pendant le temps élémentaire « dt », on définit :

- **le débit volumique :**

$$\boldsymbol{Q_V = \frac{dV}{dT} = \frac{Sdl}{dt} = Sv_{moy}}\ , \quad \mathbf{[m^3/s]}$$

- **le débit massique :**

$$\boldsymbol{Q_m = \frac{dm}{dT} = \frac{\rho dV}{dt} = \rho Q_V}\ , \quad \mathbf{[kg/s]}$$

2.3- Equation de continuitié (conservation de la masse):

si on considère un fluide incompressible traverse une canalisation.

Raisonnons sur un tube de courant élémentaire limité par sa section d'entrée dS_1, sa section de sortie dS_2et sa section latérale dS_L:

si entre dS_1et dS_2il n'y a ni accumulation de matière (pas de condensation, évaporation…) ni apparition de matière (pas de tuyau raccordé…), alors :

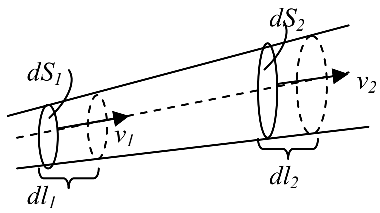


Fig.3

$$\boldsymbol{\left(\frac{dm}{dt}\right)_{dS_1} = \left(\frac{dm}{dt}\right)_{dS_2}}$$

Ainsi :

$$\rho_1 dS_1 \frac{dl_1}{dt} = \rho_2 dS_2 \frac{dl_2}{dt}$$

soit

$$\rho_1 dS_1 v_1 = \rho_2 dS_2 v_2$$

et en introduisant le débit massique :

$$Q_{m1} = Q_{m2}$$

dans le cas particulier des fluides incompressibles : ρ_1 est égale ρ_2 dans ce cas, le débit volumique est aussi conservé :

$$Q_{V1} = Q_{V2} = C^{ste}$$ soit $$S_1 v_1 = S_2 v_2 = C^{ste}$$ est l'équation de la continuité

3- Theoreme de Bernoulli

Le théorème de Bernoulli traduit la conservation de l'énergie du fluide. Soit un tube de courant de fluide parfait, incompressible et s'effectue en écoulement permanent, soumis aux seules forces de pesanteur.

La masse ***dm*** passe de la position **1** à l'instant $\mathbf{t_1}$ à la position **2** à l'instant $\mathbf{t_2}$.

Sans échange d'énergie avec le milieu extérieur, l'énergie mécanique de la masse ***dm*** de fluide est invariable. La démarche est d'appliquer le théorème de l'énergie mécanique à ce tube de courant qui

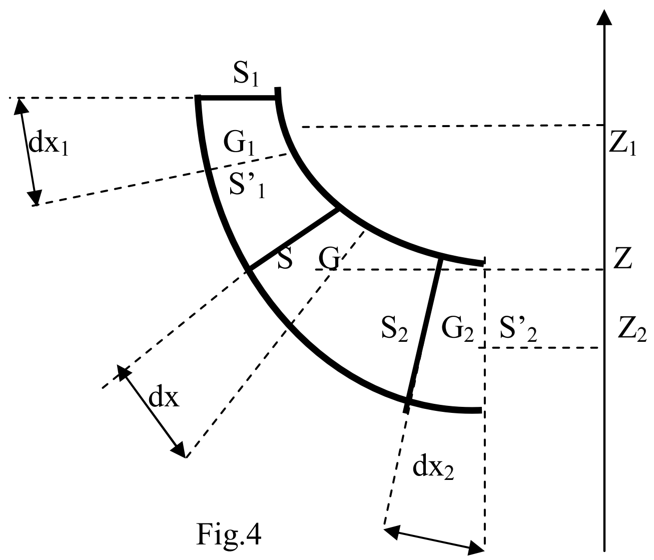


Fig.4

signifie pas de frottement, pas de viscosité, pas d'échange de chaleur (= processus adiabatique) donc pas d'échange d'énergie cinétique sous forme désordonné entre les particules fluides.

- La variation de l'énergie cinétique est :

$$E_{cin} = \frac{1}{2} dm v^2$$

$$v = \frac{q_v}{S}$$

Par unité de masse :

$$E_{cin} = \frac{1}{2} v^2, \text{ (J/kg)}$$

- Travail des forces de pression pour un déplacement ***dx*** de la masse ***dm*** :

$$E_{press} = \rho . S . dx = P \frac{dm}{\rho}$$

Par unité de masse :

$$E_{press} = \frac{P}{\rho}, \text{ (J/kg)}$$

- Travail des forces de pesanteur où ***Z*** note la cote du centre de masse de la masse ***dm,*** il s'agit de l'énergie potentielle de pesanteur

$$E_{pesant} = g.Z.dm$$

Par unité de masse :

$$E_{pesant} = g.Z, \text{ (J/kg)}$$

Par unité de masse du fluide, la conservation de l'énergie s'exprime donc en J/kg :

$$\boldsymbol{\frac{v^2}{2} + \frac{P}{\rho} + g.Z = C^{ste}}, \text{ [J/kg]}$$

3-1. Autres formes du théorème

- Par unité de volume de fluide (la constante représente la pression de charge du fluide et s'exprime en Pa) :

$$\frac{\rho v^2}{2} + P + \rho.g.Z = C^{ste}, \text{ [Pa]}$$

- Par unité de poids du fluide (la constante représente alors la hauteur de charge du fluide et s'exprime en mètre) :

$$\frac{v^2}{2g} + \frac{P}{\rho.g} + Z = C^{ste}, \text{[m]}$$

3-2. Interprétations du théorème de Bernoulli

Pout toute paire de points 1,2 situés le long de la même ligne de courant. Autrement dit :

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + P_1 + \rho.g.Z_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + P_2 + \rho.g.Z_2$$

a- Bilan énergétique : On peut écrire ce théorème en [J/kg] ainsi :

$$\frac{1}{2}v_1^2 + \frac{P_1}{\rho} + g.Z_1 = \frac{1}{2}v_2^2 + \frac{P_2}{\rho} + g.Z_2$$

Les termes présents sous cette forme peuvent bien être interprétés en énergie :

- le ½ v^2 est un terme d'énergie cinétique par kg de fluide
- le g.z est un terme d'énergie potentielle de pesanteur, là encore par kg de fluide
- le P/ρ est aussi un terme d'énergie de pression par kg de fluide

Le théorème de Bernoulli peut être écrit comme un bilan énergétique par kilogramme de fluide.

b- Bilan des pressions : On peut écrire ce théorème par unité de volume de fluide (la constante représente la pression de charge du fluide et s'exprime en Pa) :

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + P_1 + \rho.g.Z_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + P_2 + \rho.g.Z_2$$

- La pression statique : le terme $P+\rho gZ$ noté $\dot{P}$
- La pression dynamique : le terme $\frac{1}{2}\rho v^2$

c- Bilan des hauteurs : La dernière écriture possible de ce théorème est la forme par unité de poids du fluide (la constante représente alors la hauteur de charge du fluide et s'exprime en mètre) :

$$\frac{1}{2g}v_1^2 + \frac{P_1}{\rho g} + Z_1 = \frac{1}{2g}v_2^2 + \frac{P_2}{\rho g} + Z_2$$

En particulier, on appelle :

- Le terme $(v^2/2g)$ est la hauteur capable.
- Le terme $(P/\rho g)$ est la hauteur manométrique.
- Le terme (Z) est l'altitude.
- Le terme $(P/\rho g + Z)$ est la hauteur piézométrique.
- La somme des trois termes est la charge totale ou la hauteur manométrique équivalente ou la hauteur hydrodynamique.

d- Interprétation géographique :

Le bilan en hauteurs permet la construction d'un diagramme piézométrique, donc tous les termes de l'équation de Bernoulli peuvent être représentés graphiquement comme illustre la figure .4 :

le diagramme piézométrique.

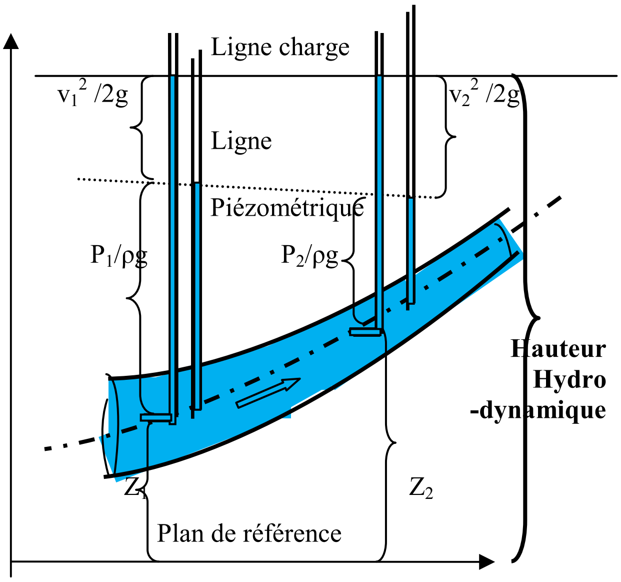


Fig.5 : le diagramme piézométrique

3-3. Cas d'un écoulement avec échange d'énergie : Si les forces de frottement interviennent ou lorsque le fluide traverse une machine hydraulique, il échange de l'énergie avec cette machine. La puissance échangée $\mathcal{P}_{ech}$ est :

$$\frac{1}{2g}(v_2^2 - v_1^2) + \frac{(P_2 - P_1)}{\rho g} + (Z_2 - Z_1) = \frac{\mathcal{P}_{ech}}{\rho g Q_V}$$

- $\mathcal{P}_{ech}>0$ si l'énergie est reçue par le fluide ex : pompe
- $\mathcal{P}_{ech}<0$ si l'énergie est fournie par le fluide ex : turbine.

4- Quelques applications de la relation de Bernoulli :

4-1- fluide au repos c.à.d. v=0 ce qui donne $P_1+\rho g Z_1= P_2+\rho g Z_2 \Longrightarrow$ On trouve le principe de l'hydrostatique.

4-2- Vidange d'un réservoir : on dans ce cas

$P_A=P_M=P_{atm}$ et $S_A>>>S_M \Longrightarrow v_A<<<v_M$ donc on peut prendre $v_A=0$

$h_A-h_M=h$, d'après l'application de l'équation de Bernoulli on trouve

$\boldsymbol{v_M = \sqrt{2gh}}$ **c'est la formule de Torricelli**

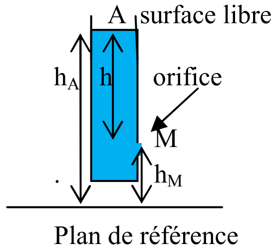


Fig.6

4-3- Les débitmètres : Ce sont des appareils qui permettent de mesurer le débit ou la vitesse d'écoulement

a- Tube de Venturi Giovanni Battista Venturi (physicien italien, 1746–1822), désirant arroser son jardin pensait qu'une réduction de diamètre sur une canalisation d'eau lui permettrait d'augmenter la pression de l'eau. Inutile de dire que le résultat fut à l'opposé de ce qu'il attendait.

Le Tube de venturi (fig. 6) est un dispositif destiné à mesurer le débit dans un conduit. Le tube est muni de deux trous pour capter la pression locale P_A et P_B. Alors, on a $Z_A=Z_B$ et on peut déterminer les grandeurs d'écoulement par l'application de :

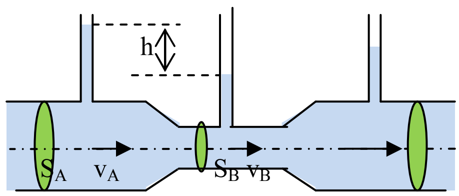


Fig.7 : Tube de Venturi

1- L'équation hydrostatique entre A et B : $P_A - P_B = \rho . g . h$
2- L'équation de conservation de la masse : $S_A v_A = S_B v_B$
3- L'équation de conservation de l'énergie : $P_A - P_B = \frac{1}{2}\rho(v_B^2 - v_A^2)$

b- Tube de Pitot Henri Pitot (ingénieur et physicien français, 1695–1771) a conçu un dispositif (fig.7) qui est toujours utilisé pour déterminer la vitesse des aéronefs, mais aussi pour mesurer la vitesse des écoulements en laboratoire. Comme le tube de Venturi, il utilise les variations de pression décritespar la loi de Bernoulli.

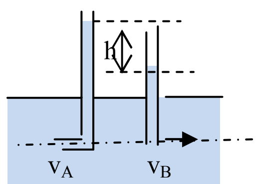


Fig.8 : Tube de Pitot

On dispose 2 tubes de prises de pression dans la canalisation de l'écoulement. Une prise de pression donne accès à la pression statique (point B) et une prise de pression qui permet l'obtentionde la pression d'arrêt (point A).

On a $v_A=0$ et $Z_A=Z_B$, donc d'aprés:

1- Le théorème de Bernoulli : $P_A = \frac{1}{2}\rho v_B^2 + P_B$

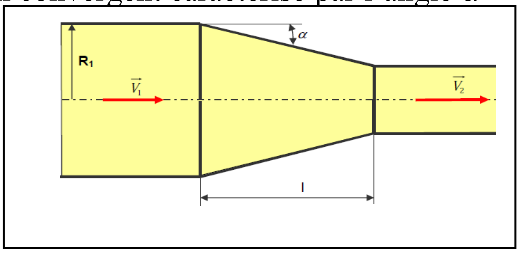
2- L'équation hydrostatique : $P_A - P_B = \rho . g . h$

Remarque :

- En A on mesure la pression totale
- En B on mesure la pression statique
- Entre A et B on mesure la pression dynamique

Exercices

EX 01 : On veut accélérer la circulation d'un fluide parfait dans une conduite de telle sorte que sa vitesse soit multipliée par 4. Pour cela, la conduite comporte un convergent caractérisé par l'angle α (schéma ci-contre).



1) Calculer le rapport des rayons (R1/R2).

2) Calculer (R1 - R2) en fonction de L et α.

En déduire la longueur L. (R1 = 50 mm, α = 15°).

EX 02 :

Un fluide parfait incompressible s'écoule d'un orifice circulaire situé sur le coté d'un réservoir avec un débit volumique Q=0,4 *L/s*. Le diamètre de l'orifice est d=10 mm.

1) Déterminer la vitesse d'écoulement au niveau de l'orifice.

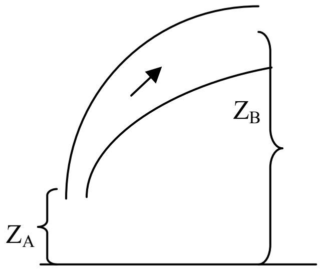
2) Enoncer le théorème de Bernoulli.

3) A quelle distance de la surface libre se trouve l'orifice ?

EX 03 :

Dans la fig ci-contre de l'eau s'ecoule de A à B de 0.37 m^3/s,

La hauteur de pression en A est de 6.6m. Considerant qu'il n'y a aucune perte de charge entre A et B. Z_A=3m et Z_B=7.5m

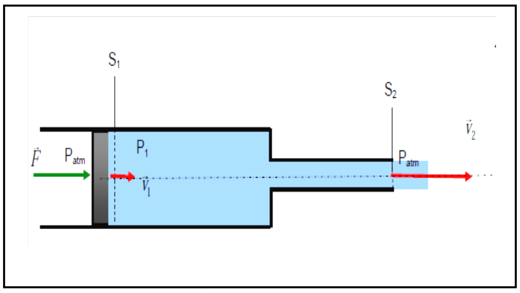


1) calculer la pression en B ?

2) tracer la ligne de charge ?

EX 04 :

La figure ci-dessous représente un piston qui se déplace sans frottement dans un cylindre de section S_1 et de diamètre d_1=4 cm remplit d'un fluide parfait de ρ=1000 kg/m^3. Le piston est poussé par une force F d'intensité 62,84 N à une vitesse V_1 constante. Le fluide peut s'échapper vers l'extérieur par un cylindre de section S_2 et de diamètre d_2 = 1 cm à une vitesse V_2 et une pression P_2= P_{atm} =1 bar



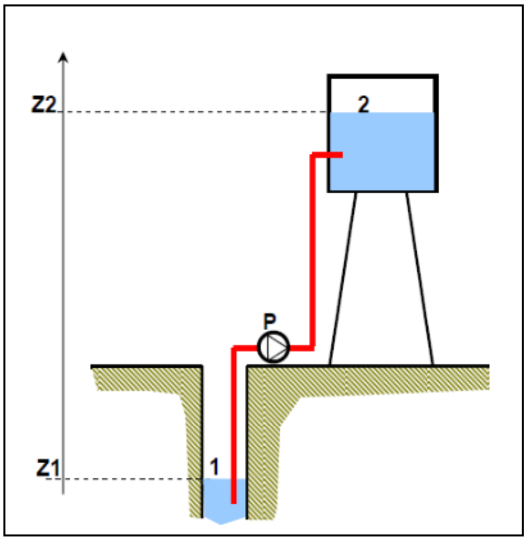
1)En appliquant le principe fondamental de la dynamique au piston, déterminer la pression P_1 du fluide au niveau de la section S_1 en fonction de F, P_{atm} et d_1.

2) Ecrire l'équation de continuité et déterminer l'expression de la vitesse V_1 en fonction de V_2.

3) En appliquant l'équation de Bernoulli, déterminer la vitesse d'écoulement V_2 en fonction de P_1, P_{atm} et ρ.(On suppose que les cylindres sont dans une position horizontale (Z_1=Z_2))

4) En déduire le débit volumique Q_v.

EX 05 :



Une pompe P alimente un château d'eau à partir d'un puit à travers une conduite de diamètre d= 150 mm.

On donne :Z_2=26 m, Z_1= - 5 m, les pressions $P_1=P_2$=1,013 bar et la vitesse d'écoulement V= 0.4 m/s.

On négligera toutes les pertes de charge.

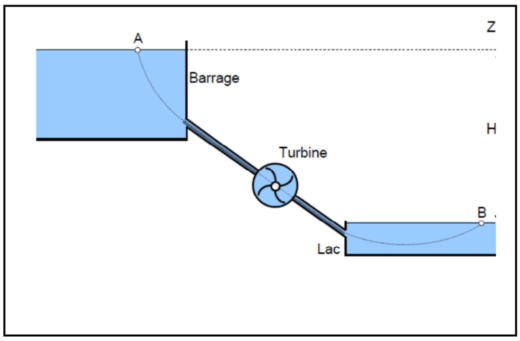
1) Calculer le débit volumique Qv de la pompe en l/s.

2) Ecrire l'équation de Bernoulli entre les surfaces 1 et 2.

3) Calculer la puissance utile Pu de la pompe.

4) En déduire la puissance Pa absorbée par la pompe sachant que son rendement est de 80%..

EX 06 :



Une conduite cylindrique amène l'eau d'un barrage (dont le niveau Z_A est maintenu constant) dans une turbine. On branche à la sortie de la turbine une canalisation évacuant l'eau vers un lac. Le niveau Z_B de la surface libre du lac est supposé constant.

Le débit massique traversant la turbine est Q_m= 175 kg/s.

$H=(Z_A-Z_B)$=35 m.

1) En appliquant le théorème de Bernoulli, déterminer la puissance utile Pu développée dans la turbine. Préciser toutes les hypothèses simplificatrices.

2) Calculer la puissance récupérée sur l'arbre de la turbine si son rendement est η=70%.

CHAPITRE V *: Hydrodynamique des fluides réels*

Introduction

On appelle fluide parfait un fluide pour lequel la viscosité est nulle. Ce modèle physique ne correspond pas à la réalité mais constitue un cas limite pouvant parfois être utilisé pour une première approche (on applique ce modèle chaque fois que les pertes de charge sont négligées). Tous les liquides ont en fait une certaine viscosité; lors du déplacement des liquides des frottements apparaissent entre les différentes couches de liquide ou contre les parois de la canalisation ou d'un accident. Ces frottements entraînent donc une production de chaleur correspondant à une perte d'énergie pour le liquide. On parle de **pertes de charge**. Pour une canalisation horizontale cette perte d'énergie se caractérise par une diminution de la pression dans le sens de l'écoulement (Fig.1).

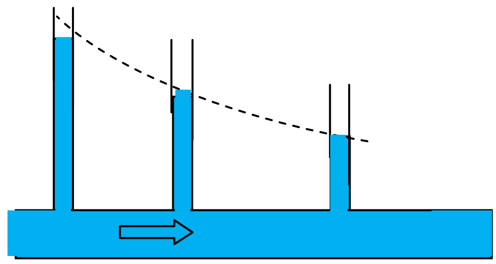


Fig.1

1- **Pertes de charge** : Les pertes de charge sont un élément fondamental de l'écoulement des liquides car elles apparaissent pour tous les liquides.

Elles se classent en deux types:

• les pertes de charge dues aux simples frottements décrits plus haut: ce sont les pertes de charge générales dues à la seule présence d'une canalisation rectiligne sans accident. On les nomme pertes de charges linières ou **régulières**.

• les pertes de charge provoquées par la présence d'accidents sur la canalisation: rétrécissement, élargissement, vanne, coude, clapet, filtre, débitmètre, échangeur ... Ces accidents provoquent également des pertes d'énergie sous forme de frottements à cause des tourbillons créés par ces obstacles. On les nomme pertes de charges locales ou **singulières**. La représentation graphique en cas de fluide réel est donc montrée dans la figure 2

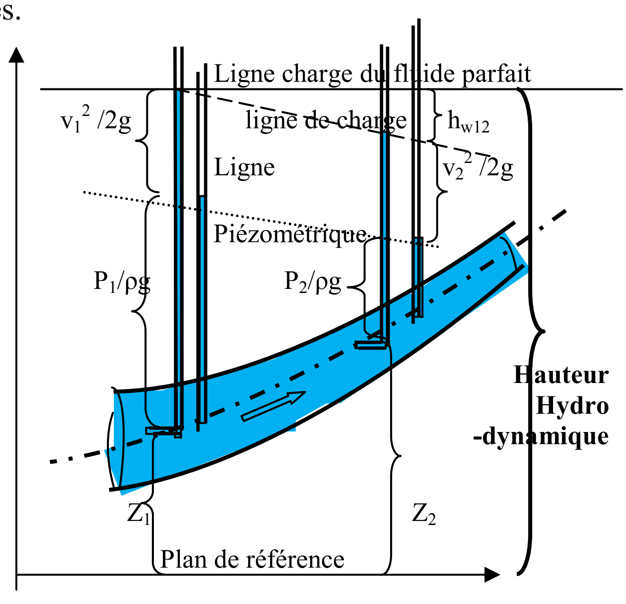


Fig.2 : le diagramme piézométrique pour fluide réel

L'équation de Bernoulli, pour un liquide réel, devient donc (voir schéma) :

$$\frac{1}{2g}v_1^2+\frac{P_1}{\rho g}+Z_1=\frac{1}{2g}v_2^2+\frac{P_2}{\rho g}+Z_2+h_{w12}$$

où h_{w12} : les pertes de charge totale entre les sections 1 et 2.

2- Calcul des pertes de charge

2-1- Les régimes d'écoulement

Les expériences réalisées par Reynolds (1883) lors de l'écoulement d'un fluide dans une conduite cylindrique rectiligne, ont monté l'existence de deux régimes d'écoulement : **laminaire et turbulent.**

Si on injecte un petit volume de colorant dans l'axe d'une canalisation horizontale parcourue par de l'eau, on observe suivant le débit du liquide les phénomènes suivants:

Régime laminaire Régime transitoire Régime turbulent

Figure 3 : Visualisation des régimes d'écoulement

En utilisant des fluides divers (viscosité différente), en faisant varier de débit et le diamètre de la canalisation, Reynolds a montré que le paramètre qui permettait de déterminer si l'écoulement est laminaire ou turbulent est un nombre sans dimension appelé **nombre de Reynolds** et donné par :

$$Re=\frac{\rho v D}{\mu} \qquad \text{ou} \qquad Re=vD/\nu$$

où μ, D, U et ρ sont respectivement la viscosité dynamique du liquide (Pa.s), le diamètre de la canalisation (m), la vitesse du liquide ($m.s^{-1}$) et la masse volumique du liquide ($kg.m^{-3}$).

L'expérience montre que :

Si Re<2000 le régime est laminaire

Si 2000<Re<3000 le régime est transitoire

Si Re>3000 le régime est turbulent

2-2- Les pertes de charge

2-2.1 Les Pertes de Charge Linéaires

a- **Notion de Rugosité des Conduites :** Contrairement à une surface lisse , une surface rugueuse implique un état de surface dont les irrégularités ont une action directe sur les forces de frottements . Une surface rugueuse peut être considérée comme étant constituée par une série de protubérances élémentaires caractérisées par une hauteur, notée **k**, et appelée ‘’ Rugosité ‘’ :

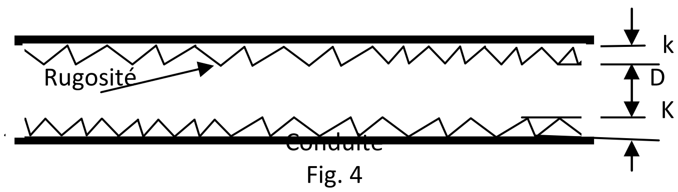


Fig. 4

Afin de comparer la rugosité par rapport au diamètre de la conduite, on introduit le rapport :

$$\varepsilon = \frac{k}{D} \text{ Rugosité relative}$$

- Expression de la perte de charge due aux frottements : La perte de charge linéaire est calculée par la formule de Darcy – Weisbach (1857) :

$$h_L = \lambda \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g}$$

Avec : D : *Diamètre de la section d'écoulement (m)*

L : Longueur de la conduite (m)

V : Vitesse d'écoulement (m/s) *λ : Coefficient de frottement (sans unité)*

Plusieurs formules sont proposées pour le calcul de λ et dépendent du régime d'écoulement :

b- Perte de charge en régime laminaire : **Re < 2000 ⟹** $\boldsymbol{\lambda = \frac{64}{R_e}}$

c- Perte de charge en régime turbulent : **Re > 2000⟹** Plusieurs formules de calcul du coefficient λ sont proposés par différents auteurs :

c.1- Formule de ***Colebrook – White*** :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2log\left[\underbrace{\left(\frac{k}{3{,}71D}\right)}_{\text{effet de la gurosité}} + \underbrace{\left(\frac{2{,}51}{Re\sqrt{\lambda}}\right)}_{\text{effet de la viscosité}}\right]$$

c.2- Pour des nombres de Reynolds plus élevé l'écoulement devient turbulent. Pour calculer des ordres de grandeurs lorsque l'on a des Reynolds élevés, et un **tube lisse**, on pourra utiliser la formule de Blasius (Bird et al., 1960) :

$$\text{Re} < 10^5 \Rightarrow \lambda = \frac{0{,}316}{Re^{0{,}25}}$$

c.3- On pourra utiliser la formule de Nikuradse pour 10^6<Re<10^8⟹ $\lambda 0{,}0032 + Re^{-0{,}237}$

d- Diagramme de ***Moody*** :

Les travaux de Nikuradse sur les pertes de charge dans les conduites ont permis d'élaborer un graphique (Diagramme de Moody) permettant de déterminer le coefficient **λ** en fonction de **Re** pour les différents types d'écoulement et des rugosités relatives **k/D** allant de *1/30* à *1/1014* :

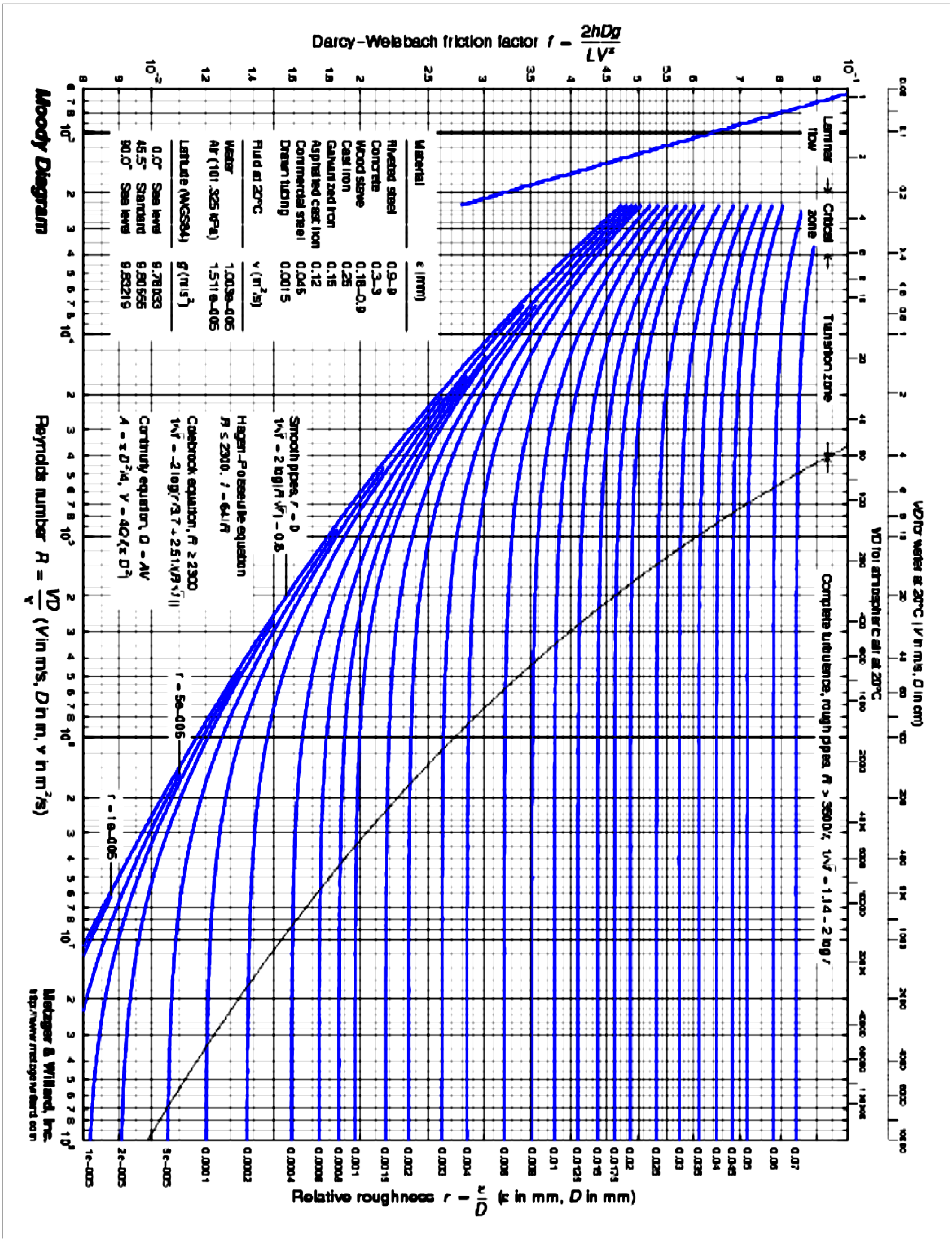


Figure 5 : Diagramme de Moody

Le diagramme permet d'observer et d'identifier plusieurs régions :

1.- Zone à Ecoulement Laminaire : $R_e < 2000 \Longrightarrow$ **λ = f(Re)**

2.- Zone de transition : 2000 < Re < 4000

3.- Zone de Turbulence Lisse : **λ = f(Re)**

4.- Zone de Turbulence Transitoire : **λ = f(Re ;k/D)**

5.- Zone de Turbulence Rugueuse : **λ = f(k/D)**

2-2.2 Les Pertes de Charge Locales ou Singulières

Expression Générale d'une Perte de Charge Singulière : En plus de pertes de charge linéaires , la perte de charge singulière se produit localement au niveau d'une modification brusque de la nature physique de la section d'écoulement . Elle se calcule par la formule générale suivante :

$$h_s = \xi_s \frac{v^2}{2g}$$

avec : ξ_s = Coefficient qui dépend de la nature de la déformation

On pourra retenir les ordres de grandeurs suivants :

Elargissement brusque : $\xi_s = \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right)^2 \Rightarrow h_s = \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right)^2 \frac{v_1^2}{2g}$ $S_1<S_2$

Rétrécissement brusque : $\xi_s = 0,45\left(1 - \frac{S_2}{S_1}\right)^2 \Rightarrow h_s = 0,45\left(1 - \frac{S_2}{S_1}\right)^2 \frac{v_2^2}{2g}$ $S_2<<S_1$

Tube plongeant dans un bac, ξ_s = 1,

Coude, ξ_s = 0:8,

Vanne ouverte, ξ_s = 1:2,

La perte de charge totale est donc la somme des 2 pertes de charge linière et singulière :

$$h_w = h_L + h_S$$

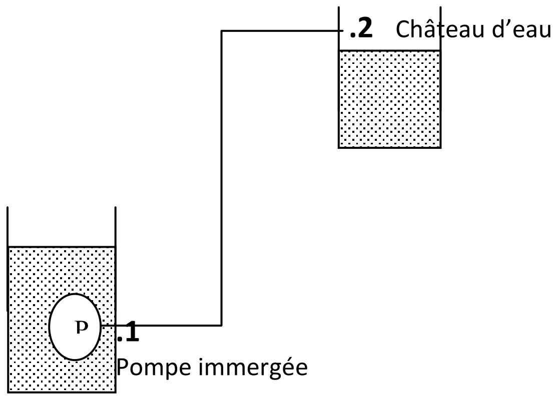
Exercices

EXO1 :

Une station d'alimentation d'un château d'eau utilise une pompe immergée de puissance P à déterminer. Cette pompe refoule l'eau dans une conduite verticale de hauteur $h = Z_2 - Z_1 = 40$m et de diamètre d = 120mm. L mesurées avec un manomètre aux points **0**, **1** et **2** sont :

$P_0 = 10^5$ Pa, $P_1 = 5{,}4\ 10^5$ Pa, $P_2 = 1{,}2\ 10^5$ Pa

On donne la viscosité cinématique de l'eau : $\nu = 10^{-6}$ m2/s. On néglige les pertes de charge singulières et on donne g = 10 m/s2.



1/ Calculer le débit volumique et le débit massique de la pompe.

2/ Calculer le nombre de Reynolds dans la conduite et en déduire la nature de l'écoulement.

3/ Calculer la perte de charge linéaire entre les sections extrêmes **1** et **2** de la conduite.

4/ Calculer le coefficient de perte de charge linéaire dans la conduite.

5/ Calculer le travail W échangé entre la pompe et la masse de 1 Kg d'eau qui la traverse.

On néglige les pertes de charge singulières au niveau de la pompe. On donne : $W = P/q_v\rho$

6/ Calculer la puissance mécanique P_m fournie à la pompe sachant que le rendement de celle ci est $\eta = 0{,}85$.

EXO2 :

Dans une station d'alimentation d'un château d'eau on utilise un groupe électropompe de puissance hydraulique P_h à déterminer. La pompe aspire l'eau du point G et le refoule à l'aire libre au point O. On admet que les conduites d'aspiration et de refoulement possèdent le même diamètre d = 120 mm. La vitesse d'écoulement dans ces conduites est V = 0,5m/s. La pression de l'eau (absolues) mesurée avec un manomètre au point G est : $P_G = 1{,}5\ 10^5$ Pa. Afin de relier les différentes conduites on a utilisée 4 coudes 90° de rayon de courbure $R_0 = 100$mm. On donne :

$L_T = 68{,}6$ m longueur totale des conduites linéaires entre les points O et G.

$K_V = 0{,}24$ coefficient de pertes de charges au niveau de la vanne papillon.

$K_G = 0{,}15$ coefficient de pertes de charges au niveau de l'aspiration de l'eau.

$K_C = K_{C'} = 0{,}45$ coefficient de pertes de charges au niveau des raccords à l'entrée et la sortie de la pompe.

1/- Calculer le débit volumique et le débit massique de la pompe.

2/- Calculer le nombre de Reynolds dans la conduite. Déduire la nature de l'écoulement.

3/- Calculer la perte de charges linéaire totale des conduites linéaires.

4/- Calculer la perte de charges singulières totale dans cette installation hydraulique.

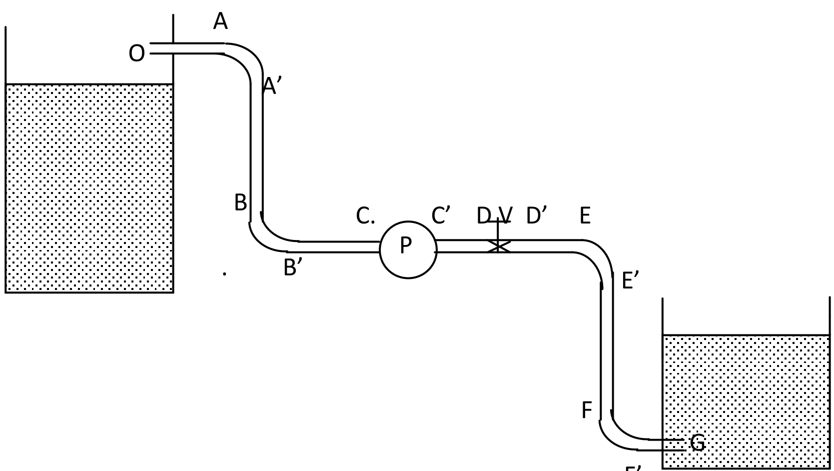
5/- Déduire la perte de charges totale le long du circuit hydraulique ΔP_{GO}. le rendement de celle-ci est η = **0,85**.

7/- On désire changer le groupe électropompe par un groupe «moteur thermique + pompe», la puissance mécanique délivrée par le moteur thermique est **P_m = 3,2 KW**. Pour transmettre le mouvement du moteur vers la pompe on utilise un organe de transmission de puissance.

Déterminer le rendement η_0 de cet organe afin de maintenir la même puissance hydraulique délivrée par le groupe électropompe (utilisé antérieurement) sachant que le rendement de la pompe utilisée est η_p = **0,75**.

On prendra : $g = 10\ m/s^2$, $\rho_{eau} = 10^3\ kg/m^3$, $\nu = 10^{-6}\ m^2/s$.

Les coudes utilisés dans cet exercice possèdent le même rayon de courbure.



EXO 3 :

Soit un groupe turbine-alternateur, de puissance de turbinage $P_h = 600\ 10^6$ W, utilisé pour la production de l'énergie électrique dans un barrage. Ce groupe est placé entre deux bassins de dénivellation de 1695 m à 740 m. Le débit d'écoulement de l'eau à travers la turbine est de $262{,}8\ 10^6$ l/h . La conduite est de diamètre intérieur constant égale à 3 m.

On supposera qu'en 1 et en 5 l'eau est à la pression atmosphérique P_{atm} ($P_{atm} = 10^5$ Pa). On donne : $Z_1 = 1695$ m, $Z_2 = 1590$ m, $Z_3 = 1505$ m, $Z_4 = 787$ m, $Z_5 = 740$ m, $\alpha = 20°$, $\eta_T = 0{,}8$ et $\eta_a = 0{,}7$.

1/ Calculer la vitesse de l'écoulement de l'eau dans la conduite.

2/ Calculer le nombre de Reynolds, déduire le type de cet écoulement.

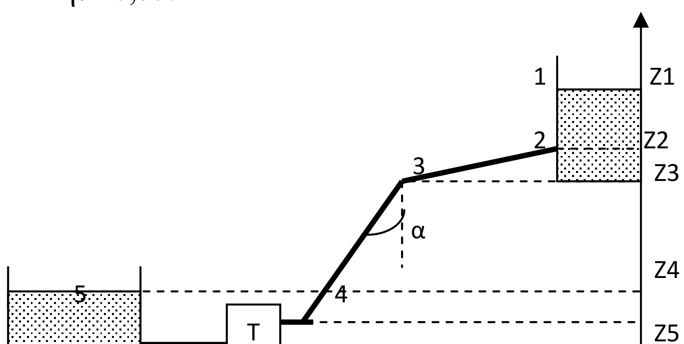
3/ Dans le trajet $1 \rightarrow 5$ calculer la somme des pertes de charges Δp_{15}.

4/ Supposons que les pertes de charges, trouvées dans la question précédente, soient localisées comme des pertes de charges linéaires dans la conduite entre 3 et 4.

a)- Déterminer le coefficient de pertes de charges linéaires entre 3 et 4

b)- Calculer la pression P_4 à l'entrée de la turbine.

5/ L'énergie électrique produite par l'alternateur sera utilisée pour l'alimentation des groupes électropompes utilisés pour l'irrigation des terres agricoles. En supposant que ces électropompes possèdent les mêmes caractéristiques, déterminer le nombre maximal des électropompes qu'on peut alimenter par l'énergie produite. On donne : la puissance hydraulique développée par une pompe est $P'_h = 20$ KW, $\eta_h = 0{,}85$ et $\eta_e = 0{,}75$.



EXO 4 :

Une pompe, de puissance utile 36 KW, remonte de l'eau entre un bassin et un réservoir à travers

une conduite de diamètre 135 mm (fig.ci-dessus). La vitesse d'écoulement de l'eau dans la conduite est de 6 m/s. On donne : $Z_1 = 0$, $Z_2 = Z_3 = 20$ m, $Z_4 = 35$ m, $P_1 = P_4 = 1{,}013$ bar.

La viscosité dynamique de l'eau est 1×10^{-3} Pa.s.

On négligera les pertes de charge singulières dans les coudes et dans la pompe.

1/ Calculer le débit volumique de l'eau dans la conduite.

2/ Calculer le nombre de Reynolds, déduire le type de cet écoulement.

3/ Calculer la différence de pression entre la sortie et l'entrée de la pompe.

4/ Calculer les pertes de charge systématiques dans la conduite entre les points 1 et 4.

5/ Calculer le coefficient de perte de charge systématique dans la conduite

de longueur égale à 65 m.

6/ Sachant que le rendement de la pompe est 84 %, calculer la puissance absorbée par la pompe.

BIBLIOGRAPHIE

RANALD V. CILES : « Mécaniqu.e des fluides et hydraulique », McGraw-Hill, Paris, 1992.

GHERNAOUT. R : « Mécanique des fluides et hydraulique », OPU, Alger, 2013.

CHRISTOPHE. A : « Notes de cours Mécanique des fluides », Lausanne, 2013.

CHANTAL. M : « Mécanique des fluides », CEA/Saclay.

DAMOU. M : « Mécanique des fluides », OPU, Alger, 1994.

FICHOU. P : « Mécanique des fluides », Promotion IGE, 2002.

SINI. J-F. : « Mécanique des fluides », Nantes, 2008.

SELLAM. F : « Hydraulique générale ».

BEN HAMOUDA. R : « Notions de mécanique des fluides », CPU, Tunisie.

PLAUT. E : « Mécanique des fluides », Nancy, 2015.